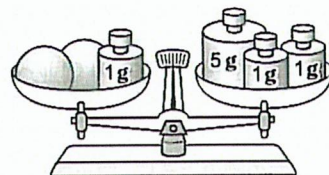


III 方程式



重さの分からない同じ玉2個とおもりを、右の図のようにてんびんにのせたらつり合った。この場合、玉1個の重さを x g とすると、等式で $2x+1=7$ と表せることを前の単元で学習した。では、次にこの玉1個の重さはどうやって求めるのだろうか。ここでは、これについて考えてみよう。



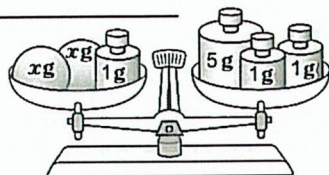
- (1) まず、等式 $2x+1=7$ の x に、いろいろな数を実際に代入して、左辺の値が右辺の7と同じになるときを調べよう。

x の値	左辺 ($2x+1$) の値
1	$2 \times 1 + 1 = 3$
2	$2 \times 2 + 1 = 5$
3	$2 \times 3 + 1 = 7$
4	$2 \times 4 + 1 = 9$

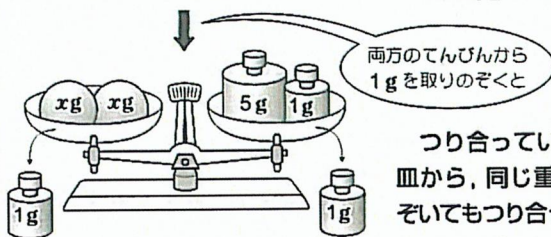
左辺の値が、右辺と同じ7になるのは、

$x = 3$ のときである。

1つ1つ数を代入して見つけるのは大変なので、もっと楽に求める方法はないのだろうか？

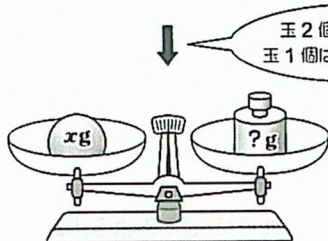


- (2) 次に、てんびんをつり合わせたまま、両方の皿からおもりを取りのぞいて、玉1個の重さを見つけてみよう。



両方のてんびんから1gを取りのぞくと

つり合っているてんびんの両方の皿から、同じ重さのおもりを取りのぞいてもつり合ったままのはずである。



玉2個で6gだから玉1個はその半分の重さ

左のてんびんのようにおもりを取りのぞいていくと、

玉1個の重さは 3 g と分かる。

てんびんと同じように考えて、等式 $2x+1=7$ の x の値を見つけることはできないのだろうか？

1. 方程式とその解き方

ステップ 1 方程式とその解

$$2x+1=7$$

③

方程式を成り立たせる文字の値を方程式の解^{かい}といい、その解を求めることを、方程式を解く^{かい}という。

「中学だけでなく高校でもよく使うことば」

基本パターン ①

▼ 次の①、②の方程式のうち、解が2であるものはどちらか。

① $x+2=1$ ② $3-2x=x-3$

$x=2$ を代入して、左辺と右辺が等しくなるものを見つけよう。

① (左辺) $= 2+2$ ② (左辺) $= 3-2 \times 2$ (右辺) $= 2-3$

$= 4$

$= -1$

$= -1$

左辺の値と右辺の値が等しくなるのは ② である。

中学校で学習する、新しい数学の考え方！

等式 $2x+1=7$ のように、式の中の文字にある値を代入すると成り立つ等式を方程式^{はてし}という。

ドライ ①

次の方程式で、解が-2であるものには〔 〕に○を、そうでないものには〔 〕に×を記入しなさい。

① $x-4=2$ [×] ② $3x=-6$ [○]

(左辺) $= -2-4$
 $= -6$

(左辺) $= 3 \times (-2)$
 $= -6$

③ $3x+4=x$ [○]

④ $\frac{x}{2}=1$ [×]

(左辺) $= 3 \times (-2) + 4$
 $= -2$

(左辺) $= \frac{-2}{2}$
 $= -1$

はじめから省略せず、確実に身につけてよう!

ステップ 2 等式の性質

てんびんがつり合っているとき、両方の皿に同じ重さのおもりをのせてもてんびんはつり合う。等式も、これと同じような性質がある。

- ① 等式の両辺に同じ数を加えても、等式は成り立つ。
- ② 等式の両辺から同じ数をひいても、等式は成り立つ。
- ③ 等式の両辺に同じ数をかけても、等式は成り立つ。
- ④ 等式の両辺を同じ数でわっても、等式は成り立つ。

ポイント

等式の性質

- ① $\bigcirc + \triangle = \square + \triangle$
- ② $\bigcirc - \triangle = \square - \triangle$
- ③ $\bigcirc \times \triangle = \square \times \triangle$
- ④ $\frac{\bigcirc}{\triangle} = \frac{\square}{\triangle} \quad (\triangle \neq 0)$

$\bigcirc = \square$ ならば、

$$\bigcirc \div \triangle = \square \div \triangle$$

基本パターン (2) 等式の性質を使った方程式の解き方

$$(1) \quad x + 4 = 9$$

$$x + 4 - 4 = 9 - 4$$

両辺から4をひくと、
左辺が x だけになる

$$x = 5$$

これが方程式の答えです。

$$(2) \quad x - 6 = -2$$

$$x - 6 + 6 = -2 + 6$$

両辺に6を加える

$$x = 4$$

$$(3) \quad \frac{x}{4} = -2$$

$$\frac{x}{4} \times 4 = -2 \times 4$$

両辺に4をかける

$$x = -8$$

$$(4) \quad 3x = -12$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{-12}{3}$$

両辺を3でわる

$$x = -4$$

確認

$$\bigcirc \div \triangle = \frac{\bigcirc}{\triangle}$$

ポイント

方程式を解く

$x = \square$ の形にすることが方程式を解くこと!
左辺に x だけが残るように工夫しよう。

トライ 2

等式の性質を使って、次の方程式を解きなさい。

左辺と右辺に必ず同じ計算をしよう。

$$① \quad x + 3 = 9$$

$$x + 3 - 3 = 9 - 3$$

$$x = 6$$

$$② \quad x + 8 = 2$$

$$x + 8 - 8 = 2 - 8$$

$$x = -6$$

$$③ \quad x - 5 = 7$$

$$x - 5 + 5 = 7 + 5$$

$$x = 12$$

$$④ \quad \frac{x}{6} = 2$$

$$\frac{x}{6} \times 6 = 2 \times 6$$

$$x = 12$$

$$⑤ \quad 4x = -20$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{-20}{4}$$

$$x = -5$$

$$⑥ \quad 8x = 4$$

$$\frac{8x}{8} = \frac{4}{8}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

左辺から

$x = 1$ になる

ように計算しよう。

マイナスを忘れないように。

ステップ 3 移項

基本学習

▼「わかるかな?」で解いた方程式 $2x + 1 = 7$ を、等式の性質を使って解いてみよう。

$$2x + 1 = 7$$

$$2x + 1 - 1 = 7 - 1$$

この部分の方程式の変形について、左辺の $+1$ に注意してよく見ると、

両辺から
1をひく

$$2x = 6$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{6}{2}$$

両辺を
2でわる

$$x = 3$$

左辺の $+1$ が、符号が変わって -1 となって右辺に移ったように見える。

等式では、一方の辺の項を、符号を変えて他方の辺に移すことができる。このことを**移項**するという。

今後よく出てくることばです。おぼえておこう!

トライ 3

次の $\square$ の項を移項して、 $\bigcirc x = \square$ の形に変形しなさい。

$$① \quad 4x - 9 = 15$$

$$4x = 15 + 9$$

$$4x = 24$$

$$② \quad 2x = 15x - 12$$

$$2x - 15x = -12$$

$$-13x = -12$$

答え

基本2 ① 5 ② 4 ③ -8 ④ -4 基本学習 3

この段階を省略して解かせる。

ステップ 4 方程式の解き方

方程式を解くには、文字をふくむ項を左辺に、数の項を右辺に移項して、 $\bigcirc x = \square$ の形に変形して解く。移項して整理すると、 $\bigcirc x = \square$ の形に変形できる方程式を **1次方程式** という。

基本パターン ③

(1) $3 + 2x = -3$

ポイント 数の項は右辺に集める。

+3を右辺に移項 $2x = -3 - 3$

$2x = -6$

両辺をxの係数2でわる $\frac{2x}{2} = \frac{-6}{2}$

$x = -3$

(2) $3x = 8 - x$

ポイント 文字をふくむ項は左辺に集める。

-xを左辺に移項 $3x + x = 8$

$4x = 8$

両辺をxの係数4でわる $\frac{4x}{4} = \frac{8}{4}$

$x = 2$

トライ ④

次の方程式を解きなさい。

- ① $3x - 5 = 7$

$3x = 7 + 5$

$3x = 12$

$x = 4$

② $6 + 2x = -8$

$2x = -8 - 6$

$2x = -14$

$x = -7$

③ $x = 20 - 3x$

$x + 3x = 20$

$4x = 20$

$x = 5$

文字が「あれよ」
左に移項する
なければ
右に移項する

基本パターン ④

(1) $2x - 4 = 5x - 10$

文字の項は左辺に、数の項は右辺に移項する $2x - 5x = -10 + 4$

$-3x = -6$

両辺を-3でわる $x = 2$

(2) $1 + 7x = -x + 5$

$7x + x = 5 - 1$

$8x = 4$

両辺を8でわる $\frac{8x}{8} = \frac{4}{8}$

$x = \frac{1}{2}$

注意! よくある間違い! $8x = 4 \rightarrow 8 \div 4 \rightarrow x = 2$ としてはダメ!

答えが分数になるときがあるので、必ず分数で考えて約分しよう。

$8x = 4 \rightarrow x = \frac{4}{8}$

ワザあり! 方程式の解法テクニック

左辺に-がついているときは、まず、両辺に-1をかけて、 $\Rightarrow -3x = -6 \rightarrow 3x = 6 \rightarrow x = 2$

両辺の符号を変えてから計算するとミスが少なくなる。

ミスをさがそう!

右の方程式の解が正しいければ [] に○を、間違っている場合には [] に正しい解を書きなさい。

① $-2x = 6$

$x = 3$

[$x = -3$]

② $6x = -2$

$x = -3$

[$x = -\frac{1}{3}$]

トライ ⑤

次の方程式を解きなさい。

- ① $7x - 4 = 2x + 6$

符号を $7x - 2x = 6 + 4$

$5x = 10$

$x = 2$

② $x + 10 = -3x - 2$

きろんと入れかえろ $x + 3x = -2 - 10$

$4x = -12$

$x = -3$

③ $2x + 4 = 7x - 11$

$2x - 7x = -11 - 4$

$-5x = -15$

$x = 3$

④ $4 - 3x = 5x + 12$

$-3x - 5x = 12 - 4$

$-8x = 8$

$x = -1$

忘れやあいの、気をつけろ。

⑤ $9x - 4 = 7x - 4$

$9x - 7x = -4 + 4$

$2x = 0$

$x = 0$

⑥ $15 - 2x = 12 - 8x$

$-2x + 8x = 12 - 15$

$6x = -3$

$x = -\frac{1}{2}$

- 答え
- 基本③ $x = -3$
- ① 2
- 基本④ $x = 2$
- ① $\frac{1}{2}$

方程式は 慣れると ほかく 計算できるようになります。

練習問題



たくさん解いて、解き方を工夫したり、計算に慣れよう！

1 次の㉑～㉗の方程式のうち、解が-3であるものをすべて選び、記号で答えなさい。 基本1

㉑ $x+4=-1$

㉒ $-5x=15$

㉓ $3x-2=-7$

㉔ $4x+13=x+4$

㉕ $3x+11=8-2x$

㉖ $5x+18=3(x+4)$

2 -2, -1, 0, 1, 2の中から、次の方程式の解になっているものを選びなさい。 基本1

① $x+4=3$ -1

② $3x=-6$ -2

③ $8-x=7$ 1

④ $2x+1=3$ 1

⑤ $4x-1=7$ 2

⑥ $\frac{x}{2}=-1$ -2

⑦ $2x+3=3x+4$ -1

⑧ $5x+4=3x+4$ 0

⑨ $2x-3=6x+5$ -2

3 等式の性質を使って、次の方程式を解きなさい。 基本2

① $x+5=7$ $x=2$

② $x+9=-5$ $x=-14$

③ $x+15=0$ $x=-15$

④ $12+x=-8$ $x=-20$

⑤ $x+\frac{1}{3}=\frac{1}{2}$ $x=\frac{1}{6}$

⑥ $x+0.7=-1.3$ $x=-2$

⑦ $x-5=4$ $x=9$

⑧ $x-7=-3$ $x=4$

⑨ $x-11=0$ $x=11$

⑩ $x-9=-9$ $x=0$

⑪ $x-\frac{1}{2}=\frac{2}{5}$ $x=\frac{9}{10}$

⑫ $x-2.6=-3.8$ $x=-1.2$

4 等式の性質を使って、次の方程式を解きなさい。 基本2

① $\frac{x}{3}=2$ $x=6$

② $\frac{1}{5}x=-1$ $x=-5$

③ $\frac{x}{4}=-8$ $x=-32$

④ $\frac{x}{5}=\frac{3}{5}$ $x=3$

⑤ $-\frac{1}{7}x=-8$ $x=56$

⑥ $-\frac{x}{6}=12$ $x=-72$

⑦ $3x=18$ $x=6$

⑧ $4x=-12$ $x=-3$

⑨ $-5x=35$ $x=-7$

⑩ $-7x=-56$ $x=8$

⑪ $0.3x=1.5$ $x=5$

⑫ $6x=-3$ $x=-\frac{1}{2}$

5 次の方程式を、 $\boxed{}x=\boxed{}$ の形に変形しなさい。 ステップ③

① $3x-4=5$ $3x=9$

② $6x+8=14$ $6x=6$

③ $-6x+13=1$ $-6x=-12$

④ $6x=2x-8$ $4x=-8$

⑤ $4x=-8x+24$ $12x=24$

⑥ $7x=12x-30$ $-5x=-30$

⑦ $4x+1=3x+4$ $x=3$

⑧ $6x+5=4x+1$ $2x=-4$

⑨ $3x-2=7x+6$ $-4x=8$

問題をよく読む。

計算 まろかい。 マイナスつけ忘れの ないようにしよう。

6

次の方程式を解きなさい。 基本3

① $2x+3=7$ $x=2$

② $3x-2=10$ $x=4$

③ $5x+12=7$ $x=-1$

④ $7x-17=-3$ $x=2$

⑤ $13+3x=1$ $x=-4$

⑥ $-5x+3=-12$ $x=3$

⑦ $3x+4=5$ $x=\frac{1}{3}$

⑧ $10+4x=2$ $x=-2$

⑨ $-2x+12=-4$ $x=8$

⑩ $2-6x=14$ $x=-2$

⑪ $12x-26=-14$ $x=1$

⑫ $-8x+15=11$ $x=\frac{1}{2}$

7

次の方程式を解きなさい。 基本3

① $3x=2x+7$ $x=7$

② $4x=x-12$ $x=-4$

③ $2x=-3x+10$ $x=2$

④ $-2x=-6x+16$ $x=4$

⑤ $-5x=-2x+6$ $x=-2$

⑥ $3x=15x+12$ $x=-1$

⑦ $-5x=3x-24$ $x=3$

⑧ $5x=-3x+4$ $x=\frac{1}{2}$

⑨ $9-8x=x$ $x=1$

⑩ $36-7x=2x$ $x=4$

⑪ $-6x=-9x-15$ $x=-5$

⑫ $2x=-4+10x$ $x=\frac{1}{2}$

8

次の方程式を解きなさい。 基本4

① $3x-2=x+4$ $x=3$

② $4x+5=3x-4$ $x=-9$

③ $5x+2=3x-2$ $x=-2$

④ $x+4=2x+7$ $x=-3$

⑤ $6x-1=x+9$ $x=2$

⑥ $2x+8=6x-16$ $x=6$

⑦ $3x-10=7x-14$ $x=1$

⑧ $7x-8=-2x+10$ $x=2$

⑨ $2x-8=7x+2$ $x=-2$

⑩ $2x+2=5x+11$ $x=-3$

⑪ $-2x+3=-10x-5$ $x=-1$

⑫ $3x+13=10x-8$ $x=3$

⑬ $10x-6=4x-30$ $x=-4$

⑭ $5x-30=3x+10$ $x=20$

⑮ $-12x+6=-3x+69$ $x=-7$

⑯ $17x+23=-4x+2$ $x=-1$

⑰ $17x+1=8x+28$ $x=3$

⑱ $-18x+19=16x-15$ $x=1$

9

次の方程式を解きなさい。 基本4

① $5x+2=x+4$ $x=\frac{1}{2}$

② $2-x=2x-4$ $x=2$

③ $2x+11=3-2x$ $x=-2$

④ $3x+2=14-x$ $x=3$

⑤ $8x+7=4-x$ $x=-\frac{1}{3}$

⑥ $12-5x=6-7x$ $x=-3$

⑦ $5x-8=3x-8$ $x=0$

⑧ $9-5x=12-4x$ $x=-3$

⑨ $5x+1=2x-7$ $x=-\frac{8}{3}$

⑩ $6-2x=5-7x$ $x=-\frac{1}{5}$

⑪ $6-10x=27-3x$ $x=-3$

⑫ $3x+3=9-5x$ $x=\frac{3}{4}$

10

次の方程式を解きなさい。 基本4

① $8x-6-x=3x+2$ $x=2$

② $2x+8=7x-x-4$ $x=3$

③ $2x-3-x=4x+6$ $x=-3$

④ $2+2x-3=8x+5$ $x=-1$

⑤ $-5-11x+8=x+9$ $x=-\frac{1}{2}$

⑥ $-9x+18-x=-6x-14$ $x=8$