

3. 方程式の応用 ①

ステップ 1 方程式の解に関する問題

基本パターン ①

- ▼ x についての方程式 $x+a=4x-a$ の解が $x=2$ のとき、 a の値を求めなさい。

$x+a=4x-a$ に $x=2$ を代入すると、

$$2+a=4 \times 2 - a$$

$$2+a=8-a$$

$$2a=6$$

$$a=3$$

a についての方程式を解こう

ポイント

解が与えられているときは、まず、方程式に解を代入！

他の文字をふくむ x についての方程式で、 x の解が与えられているとき、まず、解の値を代入する。そして、他の文字についての方程式を解く。

トライ ①

- 次の x についての方程式 $3(x+5)-2a=8$ の解が $x=-3$ のとき、 a の値を求めなさい。

$$3(x+5)-2a=8 \text{ に } x=-3 \text{ を代入すると}$$

$$3(-3+5)-2a=8$$

$$6-2a=8$$

$$-2a=8-6$$

$$-2a=2$$

$$a=-1$$

ポイント

方程式を使って問題を解く手順

- ① 求めるもの(わからない数量)を x で表す。
- ② 等しい関係にある数量を見つけ、方程式をつくる。
- ③ 方程式を解く。
- ④ 方程式の解が、問題に合っているかどうかを確認する。

ステップ 2 数に関する問題

問題の意味をよく考え、等しい数量の関係を見つける。

基本パターン ②

- ▼ ある数の5倍から8をひいた数は、もとの数の3倍と等しくなった。ある数を求めなさい。

- ある数を x とすると、

- 方程式は、 $5x-8=3x$

$$2x=8$$

$$x=4$$

(ある数の5倍から8をひいた数) = (もとの数の3倍)

注意

この解が問題の答えとは限らない

- ($4 \times 5 - 8 = 12$, $4 \times 3 = 12$ よりこれは問題に合っている。)

答え 4

トライ ②

- ある数の4倍に2を加えた数は、もとの数の6倍から10をひいた数と等しくなった。ある数を求めなさい。

ある数を x とすると

$$方程式は \quad 4x+2=6x-10$$

$$-2x=-12$$

$$x=6$$

$$(6 \times 4 + 2 = 26, \quad 6 \times 6 - 10 = 26 \text{ より})$$

これは問題に合っている。

この問題の場合、もとの数はある数のことをさしていまう

発展パターン ①

- ▼ 十の位の数に5である2けたの整数がある。この整数の十の位の数と一の位の数を入れかえた整数は、もとの整数より18大きい。もとの整数を求めなさい。

- もとの整数の一の位の数 x とすると、

もとの整数	十の位	一の位	
	5	x	$50+x$
入れかえた整数	x	5	$10x+5$

$$\text{入れかえた整数} = \text{もとの整数} + 18$$

- 方程式は、 $10x+5=50+x+18$ → よって、もとの2けたの整数は…

$$9x=63$$

$$x=7$$

答え 57

もとの整数の一の位の数

確認 2けたの整数

十の位	一の位
10	$a+b$

トライ ③

- 十の位の数に7である2けたの整数がある。この整数の十の位の数と一の位の数を入れかえた整数は、もとの整数より27小さい。このとき、次の問いに答えなさい。

- ① もとの整数の一の位の数 x として、 x についての方程式をつくりなさい。

$$\text{もとの整数} \dots 70+x$$

$$\text{入れかえた整数} \dots 10x+7$$

$$10x+7=70+x-27$$

$$(70+x=10x+7+27)$$

- ② ①の方程式を解いて、もとの整数を求めなさい。

$$x=4$$

よって、もとの2けたの整数は

74

発展パターン (2)

▼ 連続する3つの整数があり、その和は36である。この3つの整数を求めなさい。

- 3つの整数の真ん中の数を x とすると、

連続する3つの整数は、 $x-1, x, x+1$ と表される。

- 方程式は、 $(x-1)+x+(x+1)=36$

$$x-1+x+x+1=36$$

$$3x=36$$

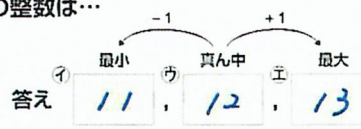
$$x = 12$$

真ん中の数を x とすると計算が楽

3つの整数の和が36

真ん中の数

- よって、連続する3つの整数は…



参考

連続する3つの自然数

【例】 4, 5, 6

-1 +1

トライ 4

連続する3つの整数があり、その和は108である。このとき、次の問いに答えなさい。

- ① 真ん中の数を x として、 x についての方程式をつくりなさい。
- ② ①の方程式を解いて、連続する3つの整数を求めなさい。

連続する3つの整数は $x-1, x, x+1$ と表される。

方程式は $(x-1)+x+(x+1)=108$

1つ前 真ん中 1つ後

$$3x = 108$$

$$x = 36$$

よって連続する3つの整数は

35, 36, 37

ステップ 3

代金、個数に関する問題

基本パターン (3)

- (1) 1個60円のみかんを何個か買って、40円のかごにつめると、代金はちょうど400円であった。このとき、みかんを何個買ったか。

- みかんを x 個買ったとする。

(みかんの代金) + (かご代) = (代金の合計)

- 方程式は、 $60x+40=400$

$$60x=360$$

$$x = 6$$

答え ① 6 個

- (2) パン4個と120円のジュースを1本買って、500円出したらおつりが60円であった。このとき、パン1個の値段はいくらか。

- パン1個の値段を x 円とする。

- 方程式は、 $500-(4x+120)=60$

$$500-4x-120=60$$

$$-4x=-320$$

$$x = 80$$

$$4x+120=500-60$$

2つより

答え ② 80 円

トライ 5

1000円で、1個150円のケーキを何個か買って、100円の箱に入れてもらうと、おつりは300円であった。このとき、次の問いに答えなさい。

- ① ケーキを x 個買ったとして、 x についての方程式をつくりなさい。
- ② ①の方程式を解いて、ケーキを何個買ったか求めなさい。

$$1000 - (150x + 100) = 300$$

または

$$150x + 100 = 1000 - 300$$

支払った金額

$$150x = 600$$

$$x = 4$$

4個

基本学習

- ▼ みかん 10 個を兄弟 2 人で分ける。
兄が x 個もらうとき、弟は何個も
らえるか。

ポイント

残りの数の表わし方

$$(\text{みかんの数}) - (\text{兄がもらう数}) = (\text{弟がもらう数})$$

$$10 - \boxed{x} \quad (\text{個})$$

基本パターン (4)

- ▼ 1 個 140 円のりんごと、1 個 60 円のみかんを合わせて 12 個買ったなら、代金の合計は 1040 円になった。
りんごとみかんをそれぞれ何個買ったか。

- りんごの個数を x 個とすると、みかんの個数は $(12 - x)$ 個と表される。

表で考えると、

	りんご	みかん
1 個の値段 (円)	140	60
個 数 (個)	x	$12 - x$
代 金 (円)	$140x$	$60(12 - x)$

代金の合計は 1040 円

- 方程式は、 $140x + 60(12 - x) = 1040$

まず両辺を 10 でわる

$$14x + 6(12 - x) = 104$$

$$8x = 32$$

$$x = \boxed{4}$$

りんごの数

- みかんの数は、 $12 - 4 = \boxed{8}$

答え りんご... $\boxed{4}$ 個、みかん... $\boxed{8}$ 個

トライ 6

1 本 80 円の鉛筆と、1 本 120 円のボールペンを合わせて 10 本買ったなら、代金の合計は 880 円になった。このとき、次の問いに答えなさい。

- ① 鉛筆を x 本買ったとして、 x についての方程式をつくりなさい。

$$80x + 120(10 - x) = 880$$

↓
鉛筆の値段 ボールペンの値段 合計

- ② ①の方程式を解いて、鉛筆とボールペンをそれぞれ何本買ったか求めなさい。

$$80x + 1200 - 120x = 880$$

$$-40x = -320 \quad \text{鉛筆 8 本}$$

$$x = 8 \quad \text{ボールペン 2 本}$$

答え

基本学習 x

基本 4 $12 - x$

① 4

② 8

③ 4

④ 8

練習問題

たくさん解いて、解き方を工夫したり、計算に慣れよう！

1

次の x について方程式の解が [] の中のとき、 a の値を求めなさい。基本 1

- ① $x + a = 2x + 5$ [$x = 2$] $a = \boxed{7}$ ② $3x - a = 5x + 8$ [$x = -2$] $a = \boxed{-4}$ ③ $-x + 7 = -2x + 2a$ [$x = 3$] $a = \boxed{5}$
 ④ $-x + 8 = 4x + 3a$ [$x = 4$] $a = \boxed{-4}$ ⑤ $-3x + 2a = -x - a$ [$x = 6$] $a = \boxed{4}$ ⑥ $2x - 3 = ax + 1$ [$x = -4$] $a = \boxed{3}$
 ⑦ $4x + a = 3(x - a)$ [$x = 4$] $a = \boxed{-1}$ ⑧ $2(x + 4) = x - 4a$ [$x = 0$] $a = \boxed{-2}$ ⑨ $5(x + a) = 2(2x - a)$ [$x = -7$] $a = \boxed{1}$

2

次の問いに答えなさい。基本 2

- ① ある数の 7 倍に 6 を加えた数は、もとの数の 10 倍と等しくなった。ある数を求めなさい。 $7x + 6 = 10x$ ある数は $\boxed{2}$
 ② ある数の 2 倍から 3 をひいた数は、もとの数の 6 倍に 5 を加えた数と等しくなった。ある数を求めなさい。

$$2x - 3 = 6x + 5 \quad \text{ある数は } \boxed{-2}$$

3

次の問いに答えなさい。発展 1

- ① 十の位が 6 である 2 けたの整数がある。この整数の十の位の数と一の位の数を入れかえた整数は、もとの整数より 9 大きい。もとの整数を求めなさい。 $60 + x + 9 = 10x + 6$ $\boxed{67}$
 ② 一の位が 2 である 2 けたの整数がある。この整数の十の位の数と一の位の数を入れかえた整数は、もとの整数より 54 小さい。もとの整数を求めなさい。

$$10x + 2 - 54 = 20 + x$$

$$\boxed{82}$$

4

次の問いに答えなさい。【発展2】

- ① 連続する3つの整数があり、その和は69である。この3つの整数を求めなさい。
② 連続する4つの整数があり、その和は98である。この4つの整数を求めなさい。

真ん中の数を x とする

$$(x-1)+x+(x+1)=69$$

$$x=23$$

はじめの数を x とする

$$x+(x+1)+(x+2)+(x+3)=98$$

$$x=23$$

$$23, 24, 25, 26$$

$$22, 23, 24$$

5

次の問いに答えなさい。【基本3】

- ① 1個10円のあめを何個か買って30円の袋につめると、代金はちょうど200円であった。あめを何個買ったか求めなさい。
② おにぎりを6個と150円のペットボトルのお茶を1本買って、1000円出したらおつりが130円であった。おにぎり1個の値段を求めなさい。
③ 1000円で1個80円のりんごを何個か買って、50円の箱に入れてもらおうと、おつりは230円であった。りんごを何個買ったか求めなさい。

$$10x+30=200$$

$$17\text{個}$$

$$6x+150=1000-130$$

$$120\text{円}$$

$$1000-(80x+50)=230$$

$$9\text{個}$$

6

次の問いに答えなさい。【基本4】

- ① 1個120円のりんごと、1個80円のみかんを合わせて15個買ったら、代金の合計は1600円であった。りんごとみかんをそれぞれ何個買ったか求めなさい。
② 1本60円の鉛筆と、1本80円のボールペンを合わせて18本買ったら、代金の合計は1180円であった。鉛筆とボールペンをそれぞれ何本買ったか求めなさい。
③ 1個150円のりんごと、1個120円のキウイを合わせて14個買って、80円のかごに入れてもらおうと、代金の合計は2000円であった。りんごとキウイをそれぞれ何個買ったか求めなさい。

$$120x+80(15-x)=1600$$

$$1\text{りんご} 10\text{個}$$

$$4\text{みかん} 5\text{個}$$

$$60x+80(18-x)=1180$$

$$鉛筆 13本$$

$$ボールペン 5本$$

$$150x+120(14-x)+80=2000$$

$$1\text{りんご} 8\text{個}, \text{キウイ} 6\text{個}$$

上級クラスは解かせてみよう！

応用問題

さあ、チャレンジしてみよう！あきらめずに最後までトライ！

1

次の x について方程式の解が[]の中のとくとき、 a の値を求めなさい。

$$\textcircled{1} \frac{1}{2}x - \frac{3}{4} = \frac{2}{3}x + 2a \quad [x=-3]$$

$$\textcircled{2} \frac{3x-a}{2} = \frac{x+2a}{3} \quad [x=4]$$

$$a = -\frac{1}{8}$$

$$a = 4$$

2

次の問いに答えなさい。

- ① ある数に4を加えてから3倍にした数は、もとの数の5倍より12小さくなった。ある数を求めなさい。
② 十の位の数と一の位の数の和が9である2けたの整数がある。十の位の数と一の位の数を入れかえた整数は、もとの整数より27小さくなった。もとの整数を求めなさい。
③ 連続する3つの偶数があり、その和は144である。この3つの偶数を求めなさい。

$$3(x+4)=5x-12$$

$$12$$

$$10(9-x)+x$$

$$10(9-x)+x=10x+(9-x)-27$$

$$63$$

$$x-2, x, x+2$$

$$(x+2)+x+(x+2)=144$$

$$x=48$$

$$46, 48, 50$$

3

次の問いに答えなさい。

- ① 1個110円のシュークリームと、1個90円のエクレーを合わせて12個買って、50円のかごに入れてもらった。1300円払うと、10円のおつりがあった。シュークリームとエクレーをそれぞれ何個買ったか求めなさい。
② はな子さんは、1個80円のケーキと1個100円のケーキを合わせて20個買いに行った。ところが、この2種類のケーキの個数を間違えて逆に買ったため、予定の金額より40円安くなった。はな子さんは、1個80円のケーキを、最初何個買う予定だったか求めなさい。

$$110x+90(12-x)+50=1300-10$$

$$x$$

$$12-x$$

$$\text{シュークリーム} 8\text{個}$$

$$\text{エクレー} 4\text{個}$$

$$80x+100(20-x)-40=80(20-x)+100x$$

$$9\text{個}$$