

関数の基本です。これをマスターしておこう。中身の1次関数、中身の2次関数とならう。

3. 比例のグラフ

ステップ 1 比例のグラフ

確認 比例の式 $y = ax$

基本学習

▼ $y = 2x$ と $y = -\frac{2}{3}x$ について、次の問いに答えなさい。

1) x, y の値の対応表を完成させなさい。

$$y = 2x$$

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	-6	-4	-2	0	2	4	6	...

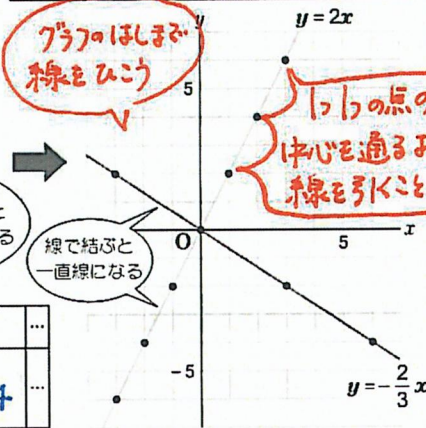
$$y = -\frac{2}{3}x$$

x	...	-3	...	0	1	2	3	...	6	...
y	...	2	...	0	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{4}{3}$	-2	...	-4	...

必ず (0, 0) がある

比例定数 a の値は、 x の値が 1 ずつ増加すると y の値がどのように変化するかを表している

2) x, y の値が整数となる組を座標とする点を取り、線で結びなさい。



3) x, y の対応表から、もっと楽なグラフのかき方を見つけよう。

• x, y の対応表から

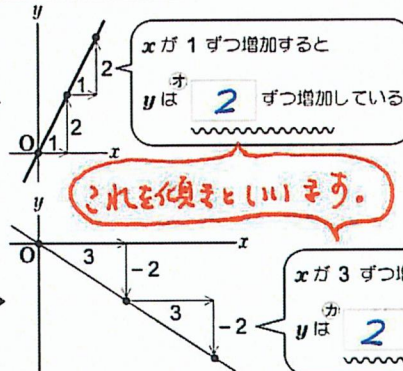
$$y = 2x$$

x	0	1
y	0	2

この組の値は、グラフでは次のことを表している

$$y = -\frac{2}{3}x$$

x	0	3
y	0	-2



• 比例の式を少し工夫してみると

$$y = \frac{2}{1}x$$

$$y = -\frac{2}{3}x$$

見つけた!

これを化簡してみよう。

ワザあり! 比例のグラフのテクニック

比例 $y = \frac{a}{b}x$ のグラフは、(0, 0) と (●, ▲) を通る直線

原点から、右へ●、上へ▲移動した位置に点を取り、直線をひけばよい!

基本パターン (1)

▼ 次の比例のグラフをかきなさい。

㊦ $y = 3x = \frac{3}{1}x$

㊧ $y = \frac{3}{4}x$

㊨ $y = -\frac{1}{2}x = -\frac{1}{2}x$

㊩ $y = 0.2x = \frac{1}{5}x$

- は分子において

小数は分数に! $0.2 = \frac{2}{10}$

(1, 3) だけでなく、そこから右へ1、上へ3移動した (2, 6) を通ることも確認しよう

きちんとおさえる線を描くこと

ポイント $y = \frac{a}{b}x$ のグラフ

まず、原点に点をとる。次に、そこから右へ●、上へ▲移動した点を取り、原点と結ぶ。

答え ㊦ -2 ㊧ 6 ㊨ 2 ㊩ -4 ㊦ 2 ㊩ 2

トライ①

次の比例の式について、後の問いに答えなさい。

㉞ $y=x$ ㉟ $y=-3x$ ㊱ $y=-\frac{1}{4}x$ ㊲ $y=1.5x$

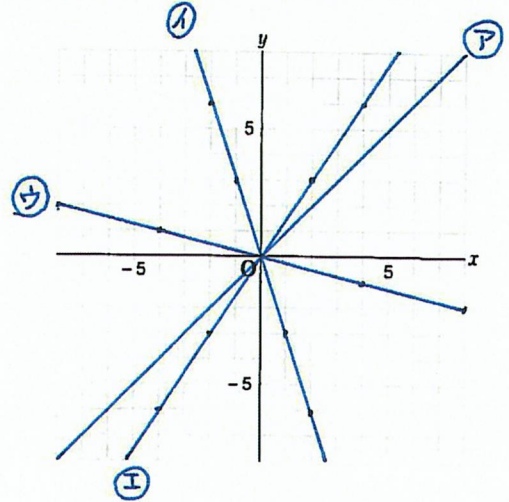
① ㉞～㊲のグラフをかきなさい。

② ㉞, ㊱のグラフでは、 x の値が1ずつ増加すると、 y の値はそれぞれどのように変化するか説明しなさい。

㉞ … 1ずつ増加する

㊱ … $\frac{1}{4}$ ずつ減少する

どのグラフかわかるように
必ず記号をつけよう



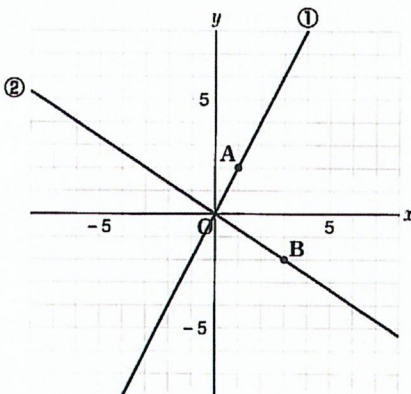
ステップ② 比例のグラフの式

原点を通る直線は比例のグラフだから、 $y=ax$ の形で表される。

1つの交点から式をつくることかかります。

基本パターン②

▼ 下の①, ②のグラフの式を求めなさい。



ポイント 比例のグラフの式をつくり方

① グラフ上の原点以外の点の座標を読み取る。

② $a = \frac{y}{x}$ に、 x 座標、 y 座標の値を代入して、比例定数 a の値を求める。

$a = \frac{y}{x}$ に (3, -2) を代入すると

①のグラフは点 A(1, 2) を通るから、

$a = \frac{y}{x}$ に $x=1$, $y=2$ を代入して、

$$a = \frac{2}{1} = 2 \Rightarrow y = 2x$$

②のグラフは点 B(3, -2) を通るから、

$$a = \frac{-2}{3} = -\frac{2}{3} \Rightarrow y = -\frac{2}{3}x$$

ワザあり!

比例のグラフの式の解法テクニック

原点と (●, ▲) を通る直線の式は、 $y = \frac{\text{▲}}{\text{●}}x$ と表される。

① $y = \frac{2}{1}x \Rightarrow y = 2x$

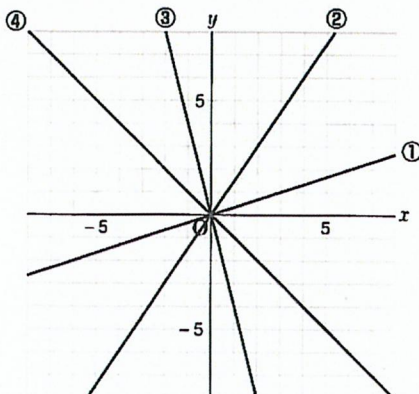
(1, 2) を通る

② $y = \frac{-2}{3}x \Rightarrow y = -\frac{2}{3}x$

(3, -2) を通る

トライ②

下の図の①～④のグラフの式を求めなさい。



① 点 (3, 1) を通るので
 $y = \frac{1}{3}x$

② 点 (2, 3) を通るので
 $y = \frac{3}{2}x$

③ 点 (1, -4) を通るので
 $y = -4x$

④ 点 (1, -1) を通るので
 $y = -x$

ステップ ③ 比例のグラフと変域

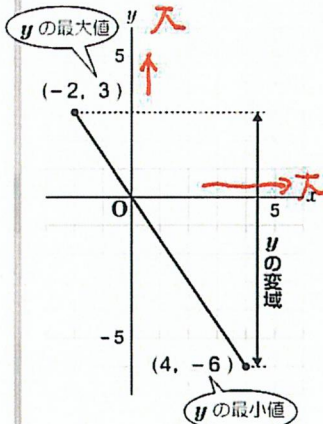
発展パターン ①

▼ x の変域が () の中のとき、 $y = -\frac{3}{2}x$ ($-2 \leq x \leq 4$) のグラフをかきなさい。また、このときの y の変域を求めなさい。

$x = -2$ のとき、 $y = -\frac{3}{2} \times (-2) = 3$

$x = 4$ のとき、 $y = -\frac{3}{2} \times 4 = -6$

$y = -\frac{3}{2}x$ に x の値を代入



• グラフは、 $(-2, 3)$ から $(4, -6)$ の範囲だけをかく。

不等号の向きに気をつけよう

• y の変域は、 $-6 \leq y \leq 3$

注意!

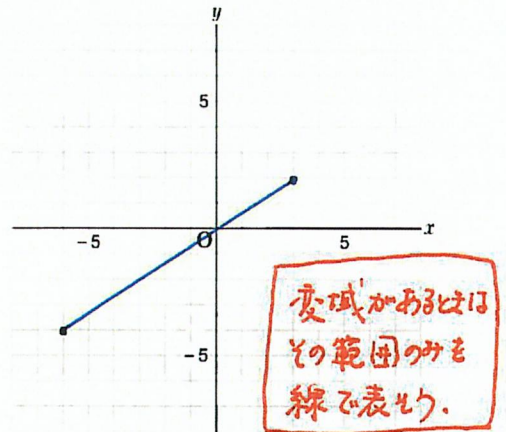
y の変域は上下で見る!

$(-2, 3)$ が左、 $(4, -6)$ が右に位置するから、 $3 \leq y \leq -6$ としてはダメ!

グラフでは、上に位置するほど y の値は大きい。

トライ ③

x の変域が () の中のとき、 $y = \frac{2}{3}x$ ($-6 \leq x \leq 3$) のグラフをかきなさい。また、このときの y の変域を求めなさい。



$x = -6$ のとき

$y = \frac{2}{3} \times (-6) = -4$

$x = 3$ のとき

$y = \frac{2}{3} \times 3 = 2$

y の変域 $\dots -4 \leq y \leq 2$

ステップ ④ 比例 $y = ax$ のグラフの利用

発展パターン ②

理論的にいうと、 $y = ax$ の上にのっている点は、同じ比例定数があるということ

▼ 右上の図の比例 $y = ax$ のグラフについて、次の問いに答えなさい。

1) a の値を求め、このグラフの式を求めなさい。

比例 $y = ax$ のグラフは、点 $(3, 2)$ を通るから

$a = \frac{y}{x}$ に $x = 3$ 、 $y = 2$ を代入

$a = \frac{2}{3} \Rightarrow y = \frac{2}{3}x$

2) グラフが点 $(-6, p)$ を通るとき、 p の値を求めなさい。

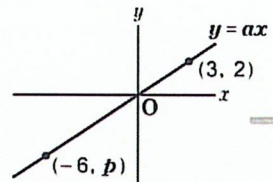
1) で求めた $y = \frac{2}{3}x$ に $x = -6$ 、 $y = p$ を代入

$p = \frac{2}{3} \times (-6)$

$p = -4$

ポイント

グラフの問題は代入が基本!



トライ ④

右の図の比例のグラフについて、次の問いに答えなさい。

- ① グラフの式を求めなさい。 $y = ax$ ② グラフが点 $(8, m)$ を通るとき、 m の値を求めなさい。

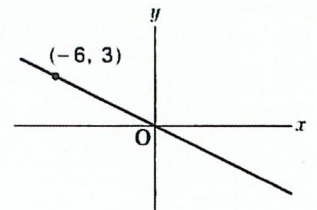
点 $(-6, 3)$ を通るので

$y = -\frac{1}{2}x$

$y = -\frac{1}{2}x$ に点 $(8, m)$ を代入

$m = -\frac{1}{2} \times 8$

$m = -4$



発展パターン ③

▼ 1分間で0.5cm 燃えるロウソクがある。これについて次の問いに答えなさい。

1) x 分間でロウソク y cm が燃えるとする。このとき、 x と y の関係式を表しなさい。

時間 x (分) と燃えるロウソクの長さ y (cm) の間には、

比例の関係がある。よって、 $y = 0.5x$

2) ロウソクが5.5cm 燃えるのにかかる時間を求めなさい。

$y = 5.5$ を1) で求めた関係式に代入する。

$5.5 = 0.5x$, $x = 11$ (分)

3) 燃やし始める前のロウソクの長さが15cm であるとする。このロウソクを12分間燃やしたとき、残りのロウソクの長さは何cm になるか。

$x = 12$ を1) で求めた関係式に代入すると、 $y = 0.5 \times 12 = 6$ (cm)

12分で6cm だけロウソクが燃えたことがわかる。

よって、残りのロウソクの長さは、 $15 - 6 = 9$ (cm)

x かな? y かな?

まだ答えじゃない!!

黒板に3うそ
の絵などかき、

イメージしやすい
ような工夫も

トライ ⑤

1Lのガソリンで18km 走行することができる車がある。これについて、次の問いに答えなさい。

① ガソリンの量 x (L) と、車が走行する距離 y (km) の間にある関係式を求めなさい。 $y = 18x$

② この車が150km の距離を走行するためには、ガソリンが何L 必要か求めなさい。 $\frac{25}{3}$ L

③ 40Lのガソリンが入ったこの車で、135km の距離を走行した。このとき、残りのガソリンは何L 求めなさい。

32.5L

グラフを書くときは、

きちんと交点を通るために線を引きましょう。

練習問題



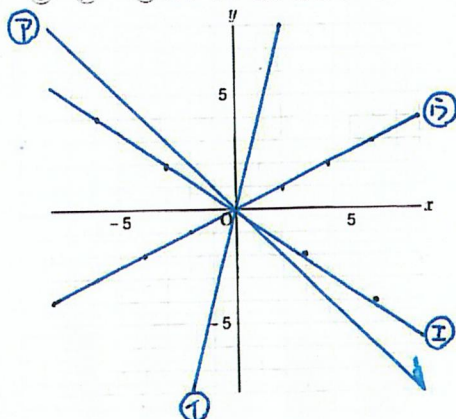
たくさん解いて、解き方を工夫したり、問題に慣れよう!

1 右の比例の式について、次の問いに答えなさい。

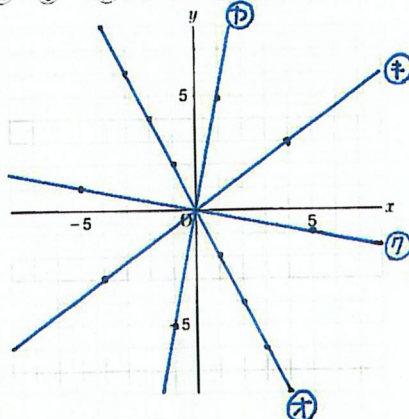
基本11

- | | | | |
|-------------|------------|----------------------|-----------------------|
| ア $y = -x$ | イ $y = 4x$ | ウ $y = \frac{1}{2}x$ | エ $y = -\frac{2}{3}x$ |
| オ $y = -2x$ | カ $y = 5x$ | キ $y = \frac{3}{4}x$ | ク $y = -0.2x$ |

① ア～エのグラフをかきなさい。



② オ～クのグラフをかきなさい。

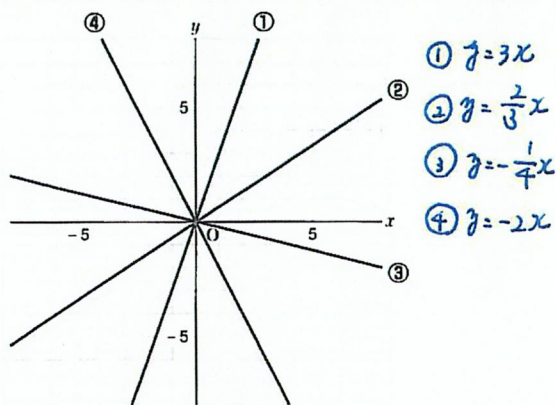


③ ア, ウ, カ, クのグラフでは、 x の値が1ずつ増加すると、 y の値はそれぞれどのように変化するか説明しなさい。

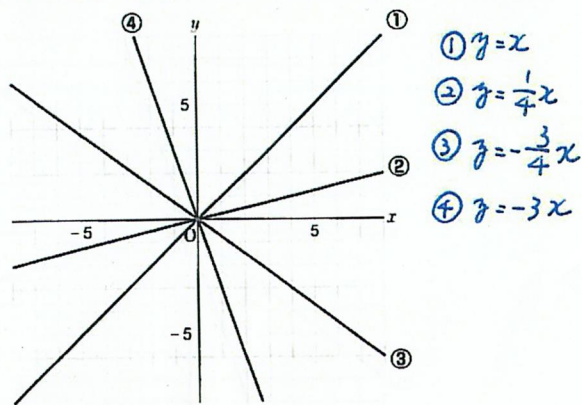
④ エのグラフでは、 x の値が3増加すると、 y の値はどのように変化するか説明しなさい。

- ③ ア 1ずつ減少
ウ 1/2ずつ増加
カ 5/4ずつ増加
ク 0.2ずつ減少
- ④ 2減少

2 下の図の①～④のグラフの式を求めなさい。 基本2



3 下の図の①～④のグラフの式を求めなさい。 基本2



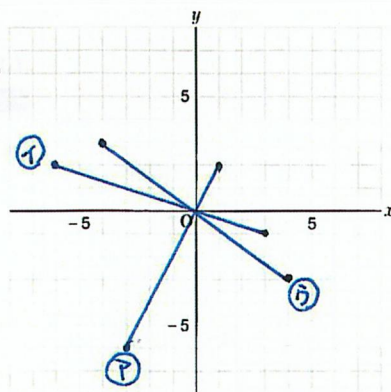
4 次の比例の式について、 x の変域が()の中のと看、後の問いに答えなさい。 発展1

㉞ $y=2x (-3 \leq x \leq 1)$ ㉟ $y=-\frac{1}{3}x (-6 \leq x \leq 3)$
 ㊱ $y=-\frac{3}{4}x (-4 \leq x \leq 4)$

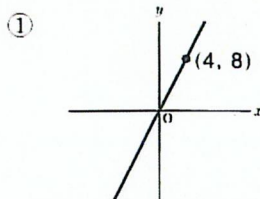
① ㉞～㊱のグラフを、右の図にかきなさい。

② ㉞～㊱について、 y の変域を求めなさい。

㉞ $-6 \leq y \leq 2$ ㉟ $-1 \leq y \leq 2$ ㊱ $-3 \leq y \leq 3$

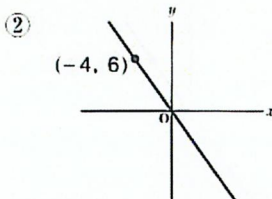


5 次の図の比例のグラフについて、それぞれ後の問いに答えなさい。 発展2



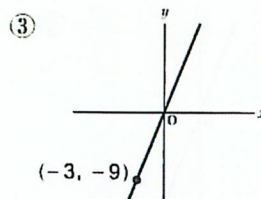
1) グラフの式を求めなさい。 $y=2x$

2) グラフが点 $(-6, m)$ を通るとき、 m の値を求めなさい。 $m=-12$



1) グラフの式を求めなさい。 $y=-\frac{3}{2}x$

2) グラフが点 $(8, n)$ を通るとき、 n の値を求めなさい。 $n=-12$

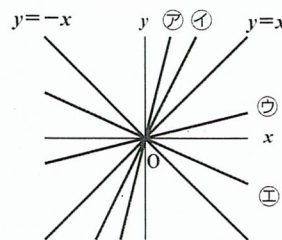


1) グラフの式を求めなさい。 $y=3x$

2) グラフが点 $(p, -12)$ を通るとき、 p の値を求めなさい。 $p=-4$

6 右の図のように、 $y=x$ 、 $y=-x$ と、 $y=ax$ (㉞～㉟)の6つのグラフがある。この図を見て、次の①～④の式は、㉞～㉟のどのグラフを表しているか、記号で答えなさい。 ステップ1②

① $y=-\frac{1}{2}x$ (㉞) ② $y=4x$ (㉟) ③ $y=\frac{1}{4}x$ (㊱) ④ $y=2x$ (㊰)



比例定数が1より大きいのか小さいのか 比例定数がプラスなのかマイナスなのか

7 右の図の㉞～㉟のグラフについて、次の問いに答えなさい。 ステップ1②④

① ㉞～㉟のグラフの式を求めなさい。

㉞ $y=-\frac{3}{2}x$ ㉟ $y=-4x$
 ㊱ $y=\frac{1}{2}x$

② ㉟のグラフで、 x の値が2増加すると、 y の値はどのように変化するか説明しなさい。

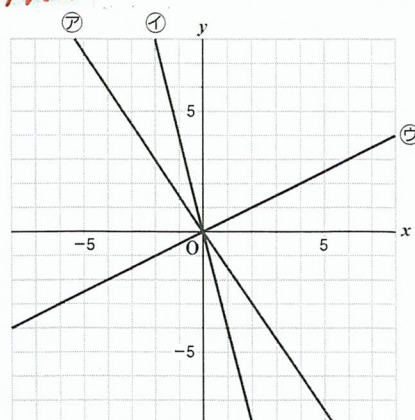
y は減る

③ ㉞のグラフ上に点 $(10, m)$ があるとき、 m の値を求めなさい。

$m = -\frac{3}{2} \times 10 = -15$

④ ㊱のグラフ上に点 $(n, -6)$ があるとき、 n の値を求めなさい。

$-6 = \frac{1}{2} \times n$ $n = -12$



8

1 分間に 0.4 cm 燃えるロウソクがある。これについて次の問いに答えなさい。

ステップ ⑤

- ① 燃える時間を x (分), 燃えるロウソクの長さを y (cm) として, y を x の式で表しなさい。

$$y = 0.4x$$

- ② このロウソクを 13 分燃やしたとき, 燃えたロウソクの長さは何 cm か。

$$5.2 \text{ cm}$$

- ③ このロウソクのもとの長さが 11cm であったとする。このロウソクの長さが半分になるまでにかかる時間は何分何秒か, 求めなさい。

$$13 \text{ 分 } 45 \text{ 秒}$$

9

ガソリンが最大 60L 入る車がある。この車は, ガソリン 1L で 15 km を走行することができる。35L のガソリンが入ったこの車で, 135 km を走行した。走行後のこの車には, あと何 L のガソリンを入れることができるか求めなさい。

$$34 \text{ L}$$

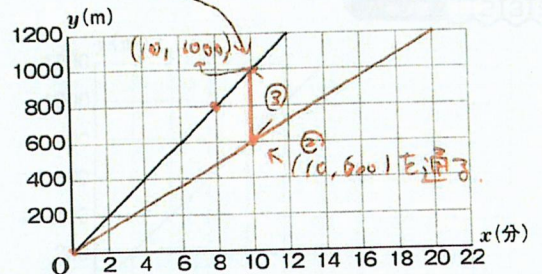
ステップ ⑤

10

兄と弟が同時に家を出発して, 1200m 離れた駅まで歩いた。下の図は, 2人が歩き始めてから x 分後に, 家から y m 歩いたとして, 兄について, x と y の関係をグラフに表したものである。また, 弟の歩く速さは, 分速 60m であった。このとき, 次の問いに答えなさい。

ステップ ①②③⑤

- ① 図より, 兄が歩く速さは分速何 m か。
- ② 弟について, x と y の関係を表すグラフを, 図にかきなさい。また, y を x の式で表し, x の変域も求めなさい。
- ③ 2人が歩き始めて 10 分後には, 2人は何 m 離れているか。
- ④ 兄が駅についたとき, 弟は駅の手前何 m の地点にいるか。



応用問題

さあ, チャレンジしてみよう! あきらめずに最後までトライ!

1

次の問いに答えなさい。

- ① 点 $(a, 8)$ は, $y = -\frac{4}{3}x$ 上の点である。このとき, a の値を求めなさい。
- ② 原点と $(-8, -6)$ を通る直線がある。この直線が $(b, 9)$ を通るとき, b の値を求めなさい。

$$y = \frac{3}{4}x$$

$$9 = \frac{3}{4} \times b \quad b = 12$$

2

右の図1のように, $AB = 6 \text{ cm}$, $AD = 8 \text{ cm}$ の長方形 ABCD があり, 点 P は辺 BC 上を B から C まで動く。点 P が B から $x \text{ cm}$ 進んだときの三角形 ABP の面積を $y \text{ cm}^2$ として, 次の問いに答えなさい。

- ① y を x の式で表しなさい。また, x の変域も求めなさい。
- ② x, y の関係を表すグラフを, 図2にかきなさい。
- ③ 三角形 ABP の面積が 15 cm^2 になるのは, 点 P が B から何 cm 進んだときか。

$$y = 3x$$

$$0 \leq x \leq 8$$

$$y = 15$$

$$15 = 3x$$

$$x = 5$$

$$5 \text{ cm}$$

