

反比例は、 x と y の値をかけ算するといつも一定の数になる関数のことという

4. 反比例と反比例のグラフ

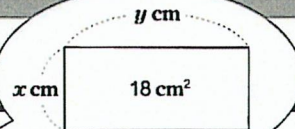
ステップ 1 反比例する量と比例定数

基本学習

▼ 右上の図のように、面積 18 cm^2 の長方形の縦の長さを $x \text{ cm}$ 、横の長さを $y \text{ cm}$ とするとき、次のことについて調べよう。

• 右の表を完成させなさい。

$x \text{ (cm)}$	1	2	3	4	5	6
$y \text{ (cm)}$	18	9	6	4.5	3.6	3



上下に対応している数に注目して、縦と横の長さの関係を式で表すと

横の長さ = $18 \div$ 縦の長さ $\Rightarrow y = \frac{18}{x}$

• x の値が 2 倍、3 倍になると、 y の値は $\frac{1}{2}$ 倍、 $\frac{1}{3}$ 倍となる。

• 対応する x, y で $x \times y$ の値はいつも一定で、

$xy = 18$ である。

ポイント

比例定数

一般に、ともなって変わる 2 つの変数 x, y の関係が $y = \frac{a}{x} (a \neq 0)$ と表されるとき、 y は x

反比例 $y = \frac{a}{x} (a \neq 0)$

に反比例するとい、定数 a を比例定数という。

① x の値が 2 倍、3 倍... になると、 y の値は $\frac{1}{2}$ 倍、 $\frac{1}{3}$ 倍... となる。

② x と y の積 xy の値は一定で、比例定数に等しい。 $a = xy, xy = a$

トライ 1

24 l 入る水そうに、毎分 $x \text{ l}$ すず水を入れると、 y 分でいっぱいになる。このとき、次の問いに答えなさい。

計算が楽になりそう。

① 下の表を完成させなさい。

$x \text{ (l)}$	1	2	3	4	6	8	12	24
$y \text{ (分)}$	24	12	8	6	4	3	2	1

② y を x の式で表しなさい。

$y = \frac{24}{x}$

必ず $y = \frac{a}{x}$ の形に

③ ②のとき、比例定数を書きなさい。

24

ステップ 2 反比例の式

y が x に反比例するとき、まず、 $a = xy$ と表し、比例定数 a を求める。

基本パターン 1

▼ y が x に反比例し、 $x = 4$ のとき $y = -3$ である。

1) y を x の式で表しなさい。

問題文の関係を、式で表すと

• 比例定数を a とすると、 $y = \frac{a}{x}$ と表される。

• 比例定数を求めるには、 $a = xy$ に $x = 4, y = -3$ を代入

$a = 4 \times (-3) = -12 \Rightarrow$ 答え $y = -\frac{12}{x}$

2) $x = -2$ のとき、 y の値を求めなさい。

1) で求めた $xy = -12$ に $x = -2$ を代入

$(-2) \times y = -12 \Rightarrow y = 6$

3) $y = 3$ のとき、 x の値を求めなさい。

$xy = -12$ に $y = 3$ を代入 $x \times 3 = -12 \Rightarrow x = -4$

ポイント

反比例の問題の解き方

① 反比例の式を表すときは、 $y = \frac{a}{x}$

② 比例定数を求めるなどの計算は、すべて $a = xy, xy = a$ に代入して値を求めると正確で楽!

トライ 2

y が x に反比例し、 $x = -3$ のとき $y = 8$ である。このとき、次の問いに答えなさい。

① y を x の式で表しなさい。

$y = \frac{a}{x} \rightarrow -3 \times 8 = -24 \dots$ 比例定数

② $x = 6$ のときの y の値を求めなさい。

$y = -4$

③ $y = -2$ のときの x の値を求めなさい。

$x = 12$

答え 基本学習 ① 6 ② 4.5 ③ 3 ④ 18 ⑤ $\frac{1}{2}$ ⑥ $\frac{1}{3}$ ⑦ 18

基本 ① -12 ② 12 ③ 6 ④ -4

反比例のグラフは、必ず2つで1つずつ。定規を使わずに書きましょう。

ステップ 3 反比例のグラフ

基本学習

▼ $y = \frac{6}{x}$ と $y = -\frac{4}{x}$ について、次の問いに答えなさい。

1) x, y の値の対応表を完成させなさい。

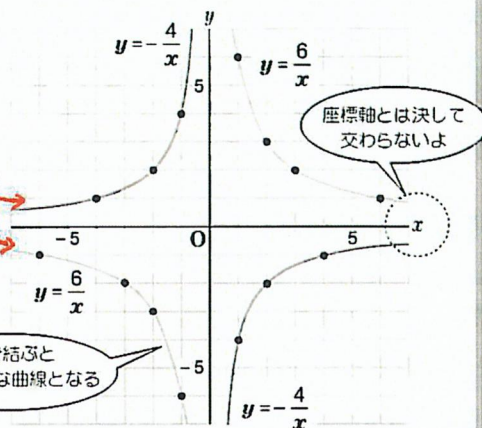
$$y = \frac{6}{x}$$

x	...	-6	-3	-2	-1	0	1	2	3	6	...
y	...	-1	^ア -2	-3	-6	×	6	^イ 3	2	^ウ 1	...

$$y = -\frac{4}{x}$$

x	...	-4	-2	-1	0	1	2	4	...
y	...	1	^エ 2	4	×	^オ -4	-2	^カ -1	...

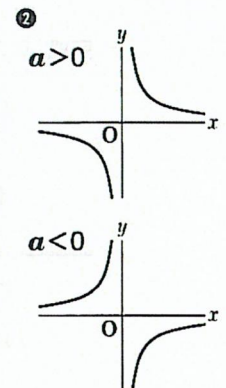
2) x, y の値の組を座標とする点を取り、なめらかな曲線で結びなさい。



ポイント

反比例 $y = \frac{a}{x}$ のグラフ

① そうきょくせん 双曲線 とよばれるなめらかな2つの曲線である。



ドライ 3

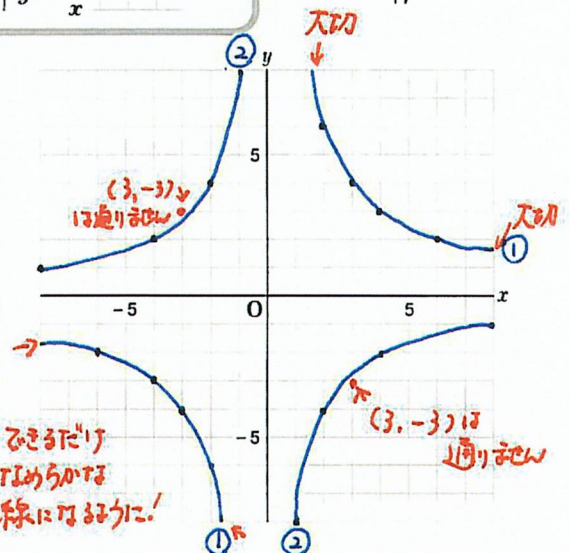
次の反比例の式について、それぞれの表を完成させ、右の図にグラフをかきなさい。

① $y = \frac{12}{x}$

x	-6	-4	-3	-2	0	2	3	4	6
y	-2	-3	-4	-6	×	6	4	3	2

② $y = -\frac{8}{x}$

x	-8	-4	-2	-1	0	1	2	4	8
y	1	2	4	8	×	-8	-4	-2	-1

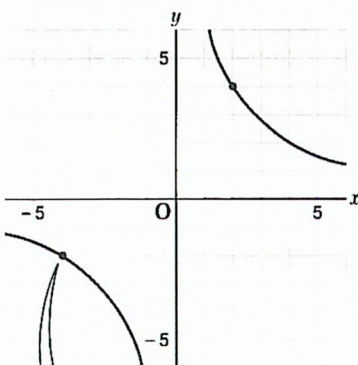


ステップ 4 反比例のグラフの式

反比例のグラフの式は、 $y = \frac{a}{x}$ の形で表される。

基本パターン (2)

▼ 次のグラフの式を求めなさい。



ポイント

反比例のグラフの式の作り方

- ① グラフ上の点の座標を読み取る。
- ② $a = xy$ に x 座標、 y 座標の値を代入して、比例定数 a を求める。

グラフは点 (2, 4) を通るから、 $a = xy$ に $x = 2$, $y = 4$ を代入!

$$a = 2 \times 4 = 8$$

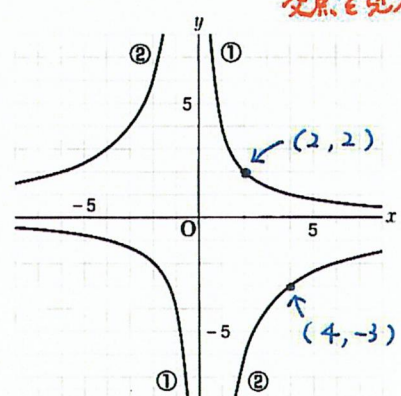
かけただけ

⇒ 答え $y = \frac{8}{x}$

(-4, -2) のように、座標を読みとれる点ならどこでもよい

ドライ 4

次の①、②のグラフの式を求めなさい。



① $y = \frac{4}{x}$

② $y = -\frac{12}{x}$

答え

基本学習 ア-2 イ-3 ウ-1 エ-2 オ-4 カ-1 基本2 ア-8 イ-8

解き方は比例と同じです。1次関数や2次関数でも基本は同じです。

ステップ 5 反比例 $y = \frac{a}{x}$ のグラフの利用

発展パターン 1

▼ 右上の図の反比例 $y = \frac{a}{x}$ のグラフについて、次の問いに答えなさい。

1) a の値を求め、このグラフの式を求めなさい。

反比例 $y = \frac{a}{x}$ のグラフは、点 $(-2, 8)$ を通るから

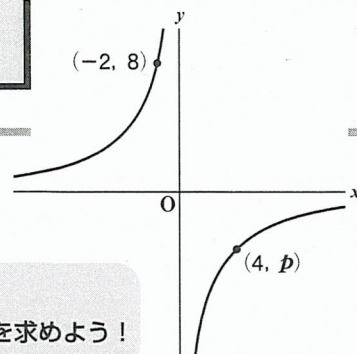
$a = xy$ に $x = -2$, $y = 8$ を代入

$$a = (-2) \times 8 = -16 \Rightarrow \text{答え}$$

ポイント

反比例の計算

$a = xy$, $xy = a$ に代入して値を求めよう!



2) グラフが点 $(4, p)$ を通るとき、 p の値を求めなさい。

1) で求めた $xy = -16$ に $x = 4$, $y = p$ を代入

$$4 \times p = -16$$

$$p = -4$$

グラフ上の交点をもとめるときは、代入法で解きましょう。

トライ 5

右下の図の反比例のグラフについて、次の問いに答えなさい。

① グラフの式を求めなさい。

$$4 \times \frac{9}{2} = 18$$

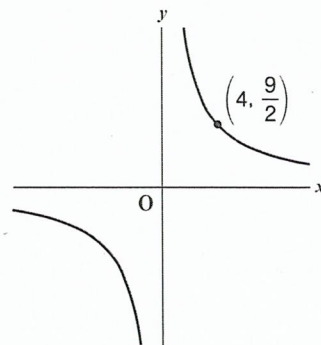
$$y = \frac{18}{x}$$

② グラフが点 $(m, -6)$ を通るとき、 m の値を求めなさい。

$$xy = 18 \text{ に } (m, -6) \text{ を代入}$$

$$m \times (-6) = 18$$

$$m = -3$$



ステップ 6 反比例の文章題

発展パターン 2

▼ 歯数が 30 で、1 分間に 100 回転する歯車 A がある。この歯車 A に歯車 B が噛み合っていて回転している。このとき、次の問いに答えなさい。(なお、歯車の図は p.111 応用問題③を参照のこと)

1) 歯車 B の歯数を x , 1 分間あたりの回転数を y とする。 x と y の関係式を求めなさい。

歯車 A と歯車 B の 1 分間あたりのかみ合う歯の数は

$$\text{等しい。よって, } 30 \times 100 = x \times y \quad y = \frac{3000}{x}$$

2) 歯車 B の歯数が 50 のとき、歯車 B は 1 分間に何回転するか。

$x = 50$ を 1) で求めた関係式に代入する。

$$y = \frac{3000}{50} = 60 \text{ (回転)}$$

トライ 6

夏休みに、本を 450 ページ読む宿題が出された。これについて、次の問いに答えなさい。

① 毎日 x ページずつ読むと、 y 日でこの宿題が終わるとする。このとき、 y を x の式で表しなさい。

$$y = \frac{450}{x}$$

② 15 日でこの宿題を終わらせるためには、毎日何ページずつ読めばよいか。

$$30 \text{ ページ}$$

③ 毎日 18 ページずつ読むとすると、この宿題は何日で終わるか。

$$25 \text{ 日}$$

練習問題

たくさん解いて、解き方を工夫したり、問題に慣れよう！

1

毎分6Lずつ水を入れると、20分間でいっぱいになる水そうがある。この水そうに、毎分 x Lずつ水を入れると y 分間でいっぱいになるとして、次の問いに答えなさい。 **ステップ1**

① この水そうには、全部で何Lの水が入るか。

③ y を x の式で表しなさい。

④ ③のとき、比例定数を書きなさい。

② 下の表を完成させなさい。

x (L)	1	2	3	4	5	8	10	20
y (分)	120	60	40	30	24	15	12	6

$$y = \frac{6}{x} \text{ 1 = 120分のときから}$$

2

次の場合、 y を x の式で表しなさい。また、 y が x に反比例するものには〔 〕にその比例定数を、反比例しないものには〔 〕に×を書きなさい。 **ステップ1**

① 60cmのひもを x 等分すると、1本の長さは y cmになる。〔 60 〕 $y = \frac{60}{x}$

② 周の長さが20cmの長方形の縦の長さを x cm、横の長さを y cmとする。〔 × 〕 $y = 10 - x$

③ 5Lのガソリンで35km走る自動車は、 x Lのガソリンでは y km走る。〔 × 〕 $y = 7x$

④ 底辺が x cm、高さが y cmの三角形の面積は 6cm^2 である。〔 12 〕 $y = \frac{12}{x}$

⑤ 12kmはなれた目的地まで行くのに、毎時 x kmで2時間歩くと、残りの道のりは y kmである。〔 × 〕 $y = 12 - 2x$

3

y が x に反比例し、 x 、 y の値が次の場合、 y を x の式で表しなさい。 **基本1**

① $x=2$ のとき $y=5$ $y = \frac{10}{x}$

② $x=2$ のとき $y=-6$ $y = -\frac{12}{x}$

③ $x=-1$ のとき $y=-16$ $y = \frac{16}{x}$

④ $x=-3$ のとき $y=6$ $y = -\frac{18}{x}$

⑤ $x=-12$ のとき $y=-2$ $y = \frac{24}{x}$

⑥ $x=9$ のとき $y=-4$ $y = -\frac{36}{x}$

⑦ $x=\frac{1}{2}$ のとき $y=8$ $y = \frac{4}{x}$

⑧ $x=-\frac{1}{3}$ のとき $y=12$ $y = -\frac{4}{x}$

⑨ $x=\frac{2}{3}$ のとき $y=-\frac{9}{2}$ $y = -\frac{3}{x}$

4

次の問いに答えなさい。 **基本1**

① y が x に反比例し、 $x=2$ のとき $y=9$ である。

1) 比例定数を求めなさい。 18

2) y を x の式で表しなさい。 $y = \frac{18}{x}$

3) $x=6$ のときの y の値を求めなさい。 $y=3$

4) $y=-9$ のときの x の値を求めなさい。 $x=-2$

② y が x に反比例し、 $x=4$ のとき $y=-6$ である。

1) y を x の式で表しなさい。 $y = -\frac{24}{x}$

2) $x=-3$ のときの y の値を求めなさい。 $y=8$

3) $y=12$ のときの x の値を求めなさい。 $x=-2$

③ y が x に反比例し、 $x=-18$ のとき $y=\frac{1}{3}$ である。

1) y を x の式で表しなさい。 $y = -\frac{6}{x}$

2) $x=4$ のときの y の値を求めなさい。 $y=-\frac{3}{2}$

3) $y=-12$ のときの x の値を求めなさい。 $x=\frac{1}{2}$

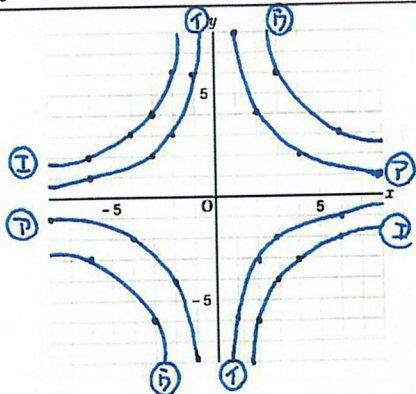
定期テストによく出る

5

次の反比例の式のグラフをかきなさい。 **ステップ③**

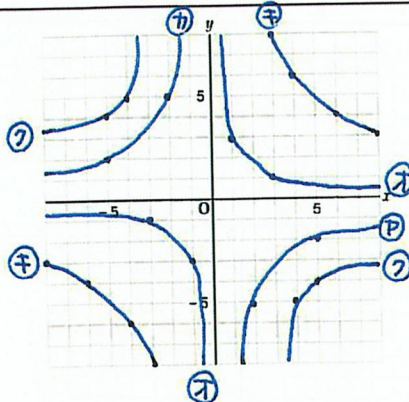
①

㉗ $y = \frac{8}{x}$ ㉘ $y = -\frac{6}{x}$ ㉙ $y = \frac{18}{x}$ ㉚ $y = -\frac{12}{x}$



②

㉛ $y = \frac{3}{x}$ ㉜ $y = -\frac{10}{x}$ ㉝ $y = \frac{24}{x}$ ㉞ $y = -\frac{20}{x}$

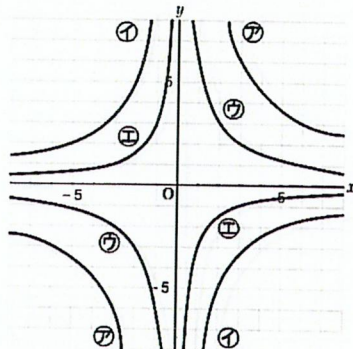


できるだけなめらかなヌメ曲線になるように!

6

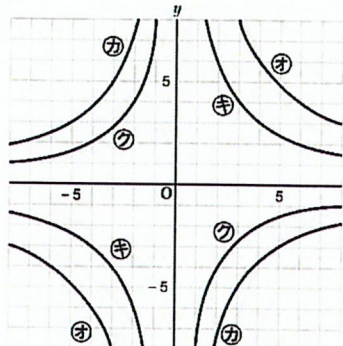
次の反比例のグラフの式を求めなさい。 **基本2**

①



㉗ $y = \frac{18}{x}$
 ㉘ $y = -\frac{10}{x}$
 ㉙ $y = \frac{6}{x}$
 ㉚ $y = -\frac{3}{x}$

②

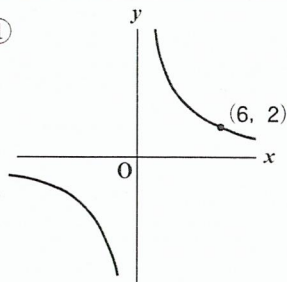


㉛ $y = \frac{24}{x}$
 ㉜ $y = -\frac{15}{x}$
 ㉝ $y = \frac{12}{x}$
 ㉞ $y = -\frac{8}{x}$

7

次の図の反比例のグラフについて、それぞれ後の問いに答えなさい。 **発展1**

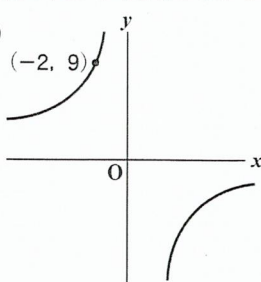
①



1) グラフの式を求めなさい。 $y = \frac{12}{x}$

2) グラフが点 $(-4, m)$ を通るとき、 m の値を求めなさい。 $m = -3$

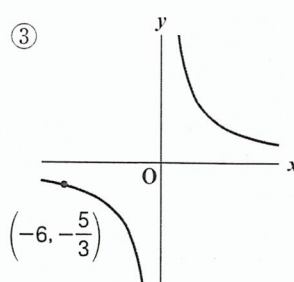
②



1) グラフの式を求めなさい。 $y = -\frac{18}{x}$

2) グラフが点 $(n, -12)$ を通るとき、 n の値を求めなさい。 $n = \frac{3}{2}$

③



1) グラフの式を求めなさい。 $y = \frac{10}{x}$

2) グラフが点 $(10, p)$ を通るとき、 p の値を求めなさい。 $p = 1$

8

ある工場で、同じ製品を 12 万個製造することになった。これについて、次の問いに答えなさい。 **発展2**

① 1 日に製造する個数を x 個、製造にかかる日数を y 日とすると、 y を x の式で表しなさい。 $y = \frac{120000}{x}$

② 60 日間で 12 万個の製造を終えるには、1 日に何個製造すればよいか。 2000 個

9 両親は家族旅行のために、54 万円を貯金することを計画している。このとき、次の問いに答えなさい。発展2

- ① 毎月の貯金額を x 万円、貯金する月数を y か月とする。 y を x の式で表しなさい。 $y = \frac{54}{x}$
- ② 1 年で 54 万円を貯金するには、毎月いくらずつ貯金すればよいか。 4.5 万円 (45000 円)

日常生活にからめた以上のような出題がふえるでしょう。

10 y が x に反比例し、 x と y の関係は下の表のようになる。このとき、 y を x の式で表し、また、表の空らんをうめなさい。

ステップ 1 2

①

x	-6	-2	3	6	8
y	-2	-6	4	2	1.5

$y = \frac{12}{x}$

②

x	-18	-4	3	6	24
y	2	9	-12	-6	-1.5

$y = \frac{36}{x}$

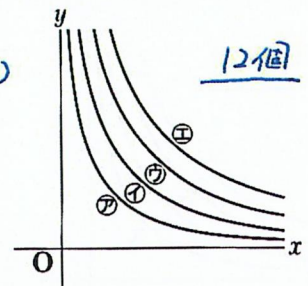
11 y は x に反比例し、 $x = -\frac{3}{5}$ のとき $y = -20$ である。このグラフ上にあつて、 x 座標と y 座標がともに整数である点は、全部で何個あるか求めなさい。ステップ 2 3

$xy = (-\frac{3}{5}) \times (-20) = 12$

$(1, 12) (2, 6) (3, 4) (4, 3) (6, 2) (12, 1)$
 $(-1, -12) (-2, -6) (-3, -4) (-4, -3) (-6, -2) (-12, -1)$

12 右の図の ㉑ ~ ㉔ は、どれも反比例のグラフの一部である。図を見て、次の ① ~ ④ の式は、㉑ ~ ㉔ のどのグラフを表しているか、記号で答えなさい。ステップ 3 4

- ① $xy = 12$ ㉑
 ② $xy = 36$ ㉒
 ③ $y = \frac{6}{x}$ ㉓
 ④ $y = \frac{24}{x}$ ㉔



応用問題

さあ、チャレンジしてみよう！あきらめずに最後までトライ！

1 次の問いに答えなさい。

全員チャレンジさせておこう！

- ① y が x に反比例し、 $x = 18$ のとき $y = -\frac{1}{2}$ である。 $y = -\frac{3}{4}$ のときの x の値を求めなさい。 $x = 12$
- ② $y = \frac{6}{x}$ のグラフ上に点 $(-\frac{2}{5}, p)$ があるとき、 p の値を求めなさい。 $p = -15$
- ③ $y = \frac{a}{x}$ のグラフ上に 2 点 $(3, -8)$, $(b, 4)$ があるとき、 a , b の値を求めなさい。 $a = -24, b = -6$

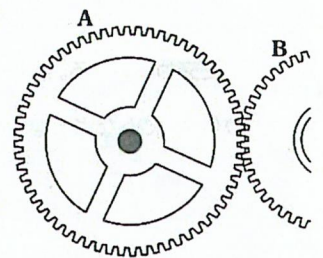
2 1 時間に 0.4 ℓ ずつ使えば、15 時間使える燃料がある。この燃料を 1 時間に a ℓ ずつ使ったところ、20 時間使えた。 a の値を求めなさい。

反比例の考え方を考える

$0.4 \times 15 = a \times 20$
 $a = 0.3$

3 歯数が 60 で、1 分間に 200 回転する歯車 A がある。この歯車 A に歯車 B がかみ合つて回転している。このとき、次の問いに答えなさい。

- ① 歯車 B の歯数を x 、1 分間の回転数を y 回転とすると、 y を x の式で表しなさい。
 $y = \frac{12000}{x}$
- ② 歯車 B の歯数が 80 のとき、歯車 B の 1 分間の回転数を求めなさい。 150 回転
- ③ 歯車 B を 1 分間に 240 回転させたい。このとき、歯車 B の歯数をいくつにすればよいか。 50



定期テストに出やすい。