

ここから実戦的。入試の基本になるのふ、しっかりおさえておこう。

5. 座標・グラフの応用

ステップ 1 座標と図形の面積

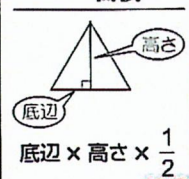
発展パターン 1

▼ 右の図で、3点A(2, 4), B(-3, 2), C(-1, -2)を頂点とする三角形ABCの面積を求めなさい。ただし、座標軸の1目もりを1cmとする。

• 下の図のように、長方形ADEFをつくり、この長方形の面積から、3つの直角三角形の面積をひいて求めればよい！

$$\bullet \text{ 三角形ABC} = \text{長方形ADEF} - (\text{三角形ADB} + \text{三角形BEC} + \text{三角形CFA})$$

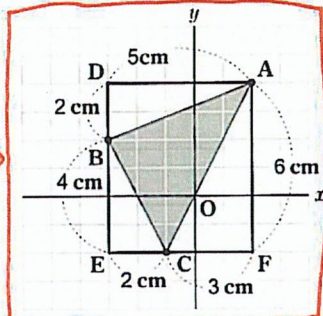
確認 三角形の面積



$$\begin{aligned} &= \underline{6 \times 5} - \left(\underline{5 \times 2 \times \frac{1}{2}} + \underline{4 \times 2 \times \frac{1}{2}} + \underline{3 \times 6 \times \frac{1}{2}} \right) \\ &= \underline{30} - (\underline{5} + \underline{4} + \underline{9}) \\ &= \underline{12} \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

ポイント

底辺、高さが見つからない三角形の面積は、長方形で囲んで考えよう！

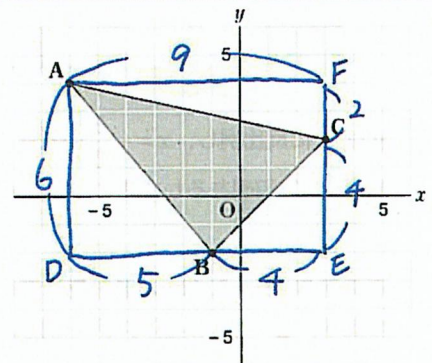


トライ 1

右の図で、3点A(-6, 4), B(-1, -2), C(3, 2)を頂点とする三角形ABCの面積を求めなさい。ただし、座標軸の1目もりを1cmとする。

$$\underline{54} - (\underline{15} + \underline{8} + \underline{9}) = \underline{22 \text{ cm}^2}$$

長方形ADEF $\triangle ADB$ $\triangle BEC$ $\triangle ACF$ $\triangle ABC$



ステップ 2 比例・反比例のグラフ

発展パターン 2

▼ 右の図のように、比例 $y=3x$ と反比例 $y=\frac{a}{x}$ のグラフが点P, Qで交わっている。

点Pのx座標が2であるとき、次の問いに答えなさい。

交わっているということは、同じ座標があるということ。

1) aの値を求めなさい。

2) 点Qの座標を求めなさい。

• 点Pは、 $y=3x$ 上の点だから

$$y=3 \times 2 = 6 \Rightarrow P(2, 6)$$

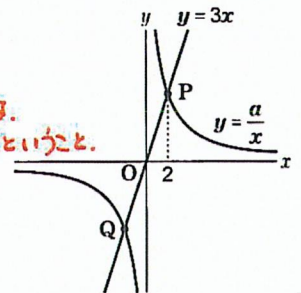
• 点Pは、 $y=\frac{a}{x}$ 上の点でもあるから

$$a=xy \text{ に } P(2, 6) \text{ を代入} \Rightarrow a = 2 \times 6 \Rightarrow a = \underline{12}$$

ポイント 比例・反比例のグラフは、ともに原点について対称

• 点PとQは原点について対称な点である。よって、P(2, 6)より

$$x \text{ 座標, } y \text{ 座標とも符号が逆になる} \Rightarrow Q(\underline{-2}, \underline{-6})$$



トライ 2

右の図のように、比例 $y=-4x$ と反比例 $y=\frac{a}{x}$ のグラフが点P, Qで交わっている。点Pのx座標が-2であるとき、次の問いに答えなさい。

① aの値を求めなさい。

② 点Qの座標を求めなさい。

点Pは $y=-4x$ 上の点だから

$$y = -4 \times (-2) = 8 \Rightarrow P(-2, 8)$$

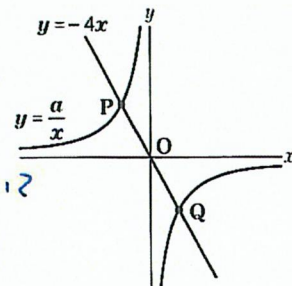
点Pは $y=\frac{a}{x}$ 上の点だから

$$a = -2 \times 8 = \underline{-16}$$

点PとQは原点について対称な点、なのふ

対称な点、なのふ

$$Q(\underline{2}, \underline{-8})$$



答え

発展1 12

発展2 ア 12

イ -2

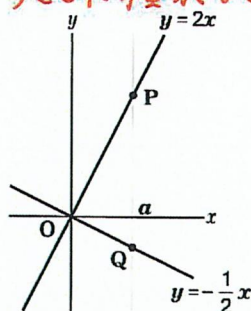
ウ -6

座標は必ずしも数字だけとは限りません。文字を使って表すことに慣れましょう。

ステップ ③ グラフと線分・図形

発展パターン ③

▼ 右の図のように、比例 $y=2x$ と $y=-\frac{1}{2}x$ のグラフがある。比例 $y=2x$ のグラフ上に x 座標が a ($a>0$) である点 P をとり、 P を通り y 軸に平行な直線と比例 $y=-\frac{1}{2}x$ のグラフとの交点を Q とする。このとき、次の問いに答えなさい。



1) PQ の長さを a の式で表しなさい。

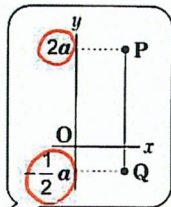
• 点 P, Q の x 座標は a だから

点 P の y 座標は、 $y=2a$

点 Q の y 座標は、 $y=-\frac{1}{2}a$

• PQ の長さ

$$= (\text{点 } P \text{ の } y \text{ 座標}) - (\text{点 } Q \text{ の } y \text{ 座標}) = 2a - \left(-\frac{1}{2}a\right) = \frac{5}{2}a$$



2) PQ の長さが 5 のとき、 a の値を求めなさい。

1) より、 PQ の長さは $\frac{5}{2}a$

$$\frac{5}{2}a = 5$$

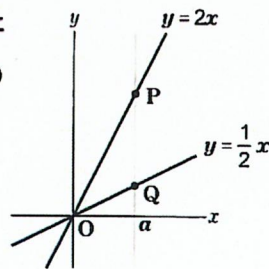
$$5a = 10$$

$$a = 2$$

この意味がわかれれば OK.

トライ ③

右の図のように、比例 $y=2x$ と $y=\frac{1}{2}x$ のグラフがある。比例 $y=2x$ のグラフ上に x 座標が a ($a>0$) である点 P をとり、 P を通り y 軸に平行な直線と比例 $y=\frac{1}{2}x$ のグラフとの交点を Q とする。このとき、次の問いに答えなさい。



① $a=3$ のとき、点 P の座標を求めなさい。

a は x 軸上にあるので $a=3 \rightarrow x=3$ と考える

点 P は $y=2x$ 上にあるので、 $y=2 \times 3 = 6$ より $P(3, 6)$

② $a=2$ のとき、 PQ の長さを求めなさい。

点 P の座標は $y=2 \times 2 = 4$ より $P(2, 4)$
点 Q の座標は $y=\frac{1}{2} \times 2 = 1$ より $Q(2, 1)$ } つまり PQ 間の長さは 3

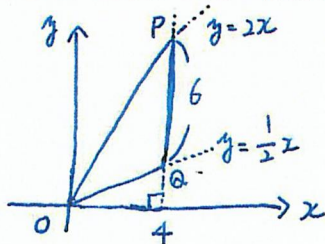
③ PQ の長さを a の式で表しなさい。

点 P の座標は $P(a, 2a)$
点 Q の座標は $Q(a, \frac{1}{2}a)$ } つまり PQ 間は、 $2a - \frac{1}{2}a = \frac{3}{2}a$
② の考え方を文字にしましょう。

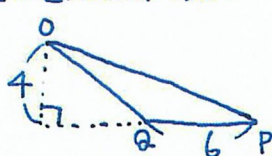
④ PQ の長さが 6 のとき、 a の値を求めなさい。

③ より $PQ = \frac{3}{2}a$ だから $\frac{3}{2}a = 6$ より $a = 4$
これを身につけよう。

⑤ ④ のとき、三角形 OPQ の面積を求めなさい。ただし、座標軸の 1 目もりを 1cm とする。



左の図を回転すると



より

$$6 \times 4 \div 2 = 12 \text{ cm}^2$$

PQ を底辺とすれば簡単です。

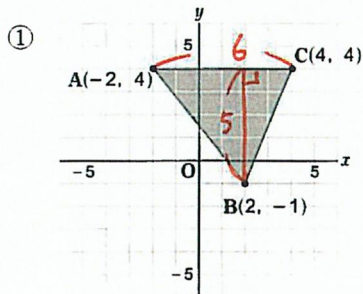
文字も数字と同じようにあつかえるようになります。

練習問題

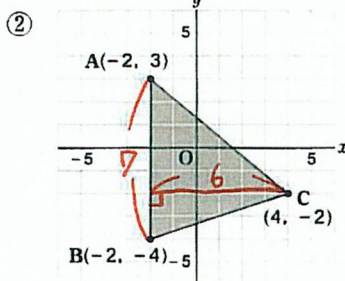


たくさん解いて、解き方を工夫したり、問題に慣れよう！

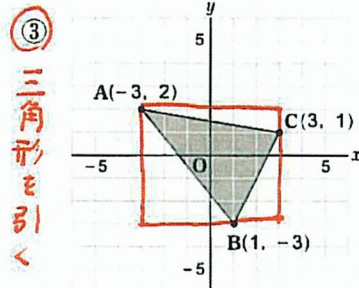
1 次の①～③について、三角形ABCの面積をそれぞれ求めなさい。ただし、座標軸の1目もりを1cmとする。 発展1



15cm²



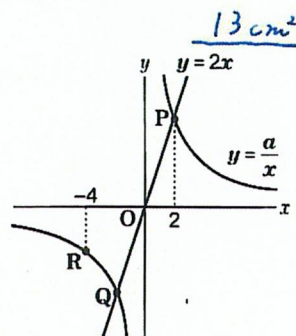
21cm²



③ 三角形を引く

2 右の図のように、比例 $y=2x$ と反比例 $y=\frac{a}{x}$ のグラフが点P, Qで交わっている。点Pのx座標が2であるとき、次の問いに答えなさい。 発展2

- ① aの値を求めなさい。 a=8 ② 点Qの座標を求めなさい。 (-2, -4)
 ③ $y=\frac{a}{x}$ のグラフ上にx座標が-4である点Rをとるとき、三角形PQRの面積を求めなさい。ただし、座標軸の1目もりを1cmとする。



13cm²



$$6 \times 8 - 6 \times 6 \times \frac{1}{2} - 8 \times 4 \times \frac{1}{2} - 2 \times 2 \times \frac{1}{2} = 12 \text{ cm}^2$$

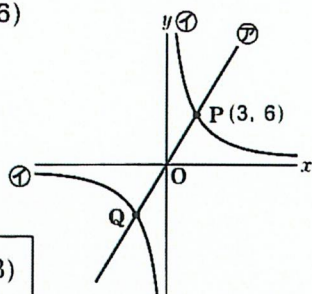
3 右の図のように、直線㊸と双曲線㊹が点P, Qで交わっている。点Pの座標が(3, 6)であるとき、次の問いに答えなさい。 発展2

- ① ㊸, ㊹のグラフの式を求めなさい。 ㊸ y=2x ㊹ y=18/x ② 点Qの座標を求めなさい。 (-3, -6)
 ③ 次の点のうち、㊸のグラフ上にあるもの、また、㊹のグラフ上にあるものはどれか。すべて選び、A～Fの記号で答えなさい。

A(0, 0) B(-2, 9) C(6, 3) D(-8, -9/4) E(4, -8) F(3/2, 3)

㊸ A, F

㊹ C, D

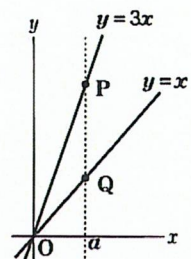


4 右の図のように、比例 $y=3x$ と $y=x$ のグラフがある。比例 $y=3x$ のグラフ上にx座標がa(a>0)である点Pをとり、Pを通りy軸に平行な直線と比例 $y=x$ のグラフとの交点をQとする。このとき、次の問いに答えなさい。 発展3

- ① a=2のとき、PQの長さを求めなさい。 4
 ② 点P, Qの座標をそれぞれaの式で表しなさい。 P(a, 3a) Q(a, a) ③ PQの長さをaの式で表しなさい。 2a
 ④ PQの長さが8のとき、次の問いに答えなさい。

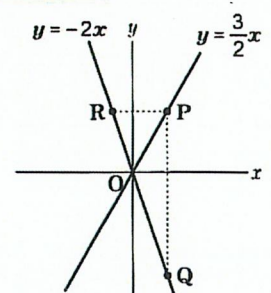
- 1) aの値を求めなさい。 a=4 2) 三角形OPQの面積を求めなさい。 16

単位は問わない



5 右の図のように、比例 $y=\frac{3}{2}x$ と $y=-2x$ のグラフがある。比例 $y=\frac{3}{2}x$ のグラフ上にx座標が正である点Pをとり、Pからy軸, x軸に平行な直線をひき、比例 $y=-2x$ のグラフとの交点を、それぞれQ, Rとする。このとき、次の問いに答えなさい。 発展3

- ① 点Pのx座標が4のとき、次の問いに答えなさい。
 1) 点Q, Rの座標を求めなさい。 Q(4, -8) R(-3, 6) 2) PQの長さを求めなさい。 14
 ② PQの長さが21のとき、点Pの座標を求めなさい。 (6, 9)



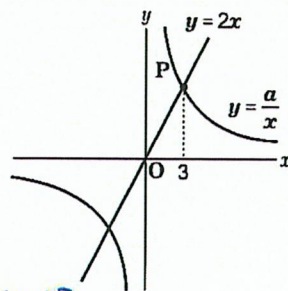
応用とはいふ、このレベルまでは解けるようになつた方がいひしよう。

応用問題



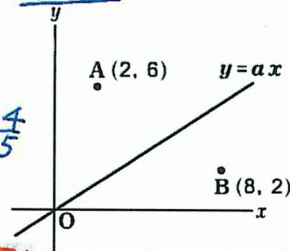
さあ、チャレンジしてみよう！あきらめずに最後までトライ！

- ① 右の図のように、 $y=2x$ と $y=\frac{a}{x}$ のグラフが点Pで交わっている。点Pのx座標が3であるとき、次の問いに答えなさい。



- ① a の値を求めなさい。 $a=18$
- ② $y=\frac{a}{x}$ のグラフ上にあり、x座標、y座標がともに整数であるような点は、全部で何個か。 $(1, 18)(2, 9)(3, 6)(6, 3)(9, 2)(18, 1)$
 $(-1, -18)(-2, -9)(-3, -6)(-6, -3)(-9, -2)(-18, -1)$ 12個

- ② 右の図のように、2点A(2, 6)、B(8, 2)と $y=ax$ のグラフがある。このとき、次の問いに答えなさい。

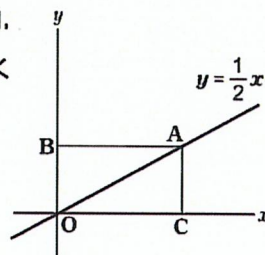


- ① $y=ax$ のグラフが2点A、Bの中点を通るとき、 a の値を求めなさい。 $a=\frac{4}{5}$

- ② $y=ax$ のグラフが2点A、Bの間を通るとき、 a の値の範囲を不等号を使って表しなさい。ただし、点A、Bはふくまないものとする。

$y=ax$ が点Aを通るとき $a=3$ 、点Bを通るとき $a=\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4} < a < 3$

- ③ 右の図のように、 $y=\frac{1}{2}x$ のグラフ上に点Aがあり、Aのx座標は正である。Aを通りx軸、y軸に平行な直線をひき、y軸、x軸との交点をそれぞれB、Cとし、長方形ABOCをつくる。このとき、次の問いに答えなさい。ただし、座標軸の1目もりを1cmとする。



- ① 辺OCの長さは、つねに辺ACの長さの何倍になるか。 2倍

- ② 辺ACの長さが3cmのとき、長方形ABOCの面積を求めなさい。

18cm^2

- ④ 次の問いに答えなさい。

- ① $y=-\frac{8}{x}$ について、xの変域が $1 \leq x \leq 4$ のとき、yの変域を求めなさい。

$-8 \leq y \leq -2$

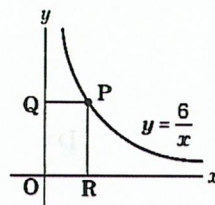
- ② $y=\frac{a}{x}$ について、xの変域が $2 \leq x \leq 4$ のとき、yの変域は $3 \leq y \leq b$ である。a、bの値を求めなさい。

$a=12, b=6$

- ③ yはxに比例し、 $x=6$ のとき $y=-24$ である。また、zはyに反比例し、 $y=-4$ のとき $z=3$ である。 $x=3$ のときのzの値を求めなさい。

$z=1$

- ⑤ 右の図のように、 $y=\frac{6}{x}$ ($x>0$)のグラフ上に点Pがある。Pを通りx軸、y軸に平行な直線をひき、y軸、x軸との交点をQ、Rとして長方形PQORをつくる。点Pのx座標が増加していくとき、長方形PQORの面積はどのように変化するか。次の㉗～㉙より選びなさい。



- ㉗ つねに増加する ㉘ つねに減少する ㉙ つねに一定である
㉚ 増加していくが、途中から減少していく

㉗

- ⑥ 三角形ABCで、頂点の座標が次の①～③のときの面積をそれぞれ求めなさい。ただし、座標軸の1目もりを1cmとする。

- ① 3点A(2, 3)、B(-2, -4)、C(4, -4)を頂点とする三角形ABC

21cm^2

- ② 3点A(4, 3)、B(0, -3)、C(4, -1)を頂点とする三角形ABC

8cm^2

- ③ 3点A(1, 4)、B(-5, -1)、C(3, 0)を頂点とする三角形ABC

17cm^2

上座クラスのみ OK です。1つ1つの字が何を表しているのかよく考えてみましょう。

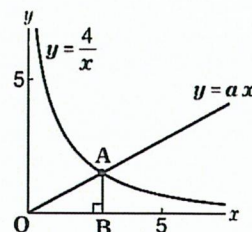
7 2点 $A(2a, b)$, $B(a-3, 2b+3)$ がある。このとき、次の問いに答えなさい。

① 2点 A, B が原点 O について対称になるとき、 a, b の値を求めなさい。 $a=1, b=-1$

② 点 A を右へ 1, 下へ 2 移動させると点 B に重なった。このとき、点 B の座標を求めなさい。

$(-7, -7)$

8 右の図は、 $x \geq 0$ のときの $y = \frac{4}{x}$, $y = ax$ ($a > 0$) のグラフである。この 2 つのグラフの交点を A とし、 A を通り y 軸に平行な直線をひき、 x 軸との交点を B とする。このとき、次の問いに答えなさい。



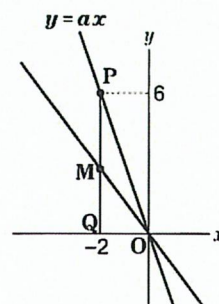
① $y = \frac{4}{x}$ の式について、 x の値を 4 倍すると、 y の値は何倍になるか。 $\frac{1}{4}$ 倍

② 点 A の x 座標が $\frac{1}{2}$ のときの a の値を求めなさい。 $a=16$

③ 点 A の x 座標が 8 のときと 16 のときの三角形 OAB の面積をそれぞれ求めなさい。ただし、座標軸の 1 目もりを 1 cm とする。

$$\triangle OAB = \frac{OB \times AB \times \frac{1}{2}}{4} \quad \text{よって どちらも } 2\text{cm}^2$$

9 右の図のように、 $y = ax$ のグラフ上に点 P があり、 P の座標は $(-2, 6)$ である。 P から y 軸に平行な直線をひき、 x 軸と交わる点を Q とし、 PQ の中点を M とする。このとき、次の問いに答えなさい。



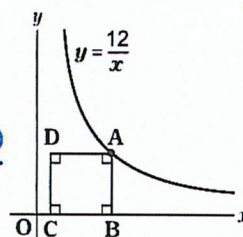
① a の値を求めなさい。 $a=-3$

② 直線 OM のグラフの式を求めなさい。 $y = -\frac{3}{2}x$

③ 三角形 OPM の面積を求めなさい。ただし、座標軸の 1 目もりを 1 cm とする。

$$3 \times 2 \times \frac{1}{2} = 3 \quad 3\text{cm}^2$$

10 右の図で、点 A は $y = \frac{12}{x}$ ($x > 0$) のグラフ上の点で、四角形 $ABCD$ は正方形である。このとき、次の問いに答えなさい。

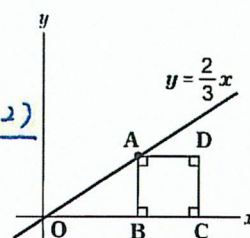


① 点 B の x 座標が 4 のとき、点 A, D の座標を求めなさい。 $A(4, 3) D(1, 3)$

② 正方形の 1 辺の長さが 2 となるときの、点 D の座標を求めなさい。

$(4, 2)$

11 右の図で、点 A は $y = \frac{2}{3}x$ のグラフ上の点で、 A の x 座標は正である。四角形 $ABCD$ が正方形となるときの、次の問いに答えなさい。



① 点 B の x 座標が 3 のとき、点 A, D の座標を求めなさい。 $A(3, 2) D(5, 2)$

② 正方形の 1 辺の長さが 6 となるときの、点 D の座標を求めなさい。

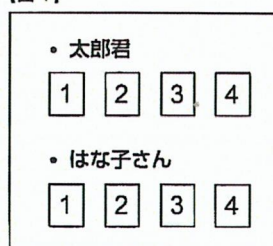
$(15, 6)$

③ 点 D の x 座標が 10 となるときの、点 B の座標を求めなさい。

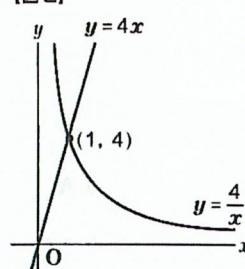
$(6, 0)$

12 太郎君とはな子さんは、右の図 1 のように、1 から 4 までの数字を書いた 4 枚のカードを 1 組ずつ持っている。次に、カードをよくきって、それぞれ 1 枚のカードを取り出し、太郎君の取り出した数字 a を x 座標、はな子さんの取り出した数字 b を y 座標として、 (a, b) で表す。このとき、右の図 2 の灰色部分にはいる点の個数を求めなさい。ただし、線上にある点もふくまれるものとする。

【図 1】



【図 2】



$a=1$ のとき、 $b=1, 2, 3, 4$

$a=3$ のとき、 $b=1$

$a=2$ のとき、 $b=1, 2$

$a=4$ のとき、 $b=1$

8 個