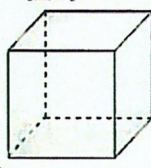


VI 空間図形

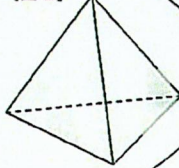


右の図1は立方体で、6つの面がすべて合同な正方形で囲まれている。また、図2の立体は、4つの面がすべて合同な正三角形で囲まれている。このように、すべての面が合同な正多角形だけで囲まれた立体は他にもあるのだろうか。

【図1】



【図2】

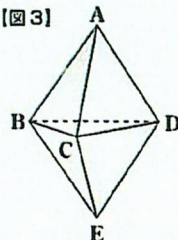


右の図3、図4は、ともに合同な正三角形だけで囲まれた立体である。この2つの立体について、すべての面の数と、1つの頂点に集まる面の数を調べてみよう。

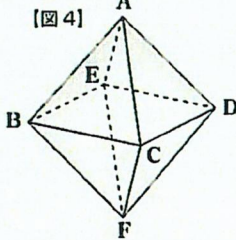
	【図3】	【図4】
すべての面の数 ^ア	6	8
1つの頂点に集まる面の数	?	^イ 4

頂点Aに集まっている面の数は3つだが、頂点Cに集まっている面の数は4つである

【図3】



【図4】



では、図1、2、4のように、すべての面が合同な正多角形だけで囲まれ、さらに、どの頂点に集まる面の数も同じである立体は他にもあるのだろうか。

確認 第V章 平面図形で学習した、正多角形

三角形、四角形…のように、線分だけで囲まれた図形を ^ア **多角形** という。また、すべての辺の長さ
と角の大きさが等しい多角形を ^イ **正多角形** という。

これから学習する、新しい図形の考え方！

図1～4のように、平面だけで囲まれた立体を ^{たのんたい} **多面体** という。

多面体のうち、図1、2、4のように、すべての面が合同な正多角形で、どの頂点に集まる面の数も同じであり、へこみのないものを **正多面体** という。つまり、図3の立体は正多面体ではないことになる。

ここでは、いろいろな立体について学習していこう。

1. いろいろな立体

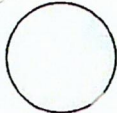
ステップ ① 多面体

多面体は、その面の数によって、四面体、五面体、…などという。

基本パターン ①

▼ 下の①～④の立体について、後の問いに記号で答えなさい。

①



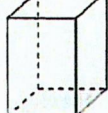
②



③



④



1) 多面体はどれか。

⇒ 答え ^ア **b** , ^イ **d**

平面だけで囲まれた立体

2) 曲面だけで囲まれている立体はどれか。

⇒ 答え ^ウ **a**

3) 六面体はどれか。

⇒ 答え ^エ **d**

4) 辺が8本あるものはどれか。

⇒ 答え ^オ **b**

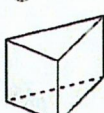
ドライ ①

下の①～④の立体について、後の問いに答えなさい。

①



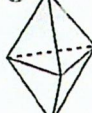
②



③



④



① 多面体ではない立体はどれか。 **ウ**

② 頂点が4つあるものはどれか。 **ア**

③ 五面体はどれか。 **イ**

④ 辺が9本あるものはどれか。 **イ、エ**

答え ① わかるかな? ア 6 イ 4 ② 確認 ア 多角形 イ 正多角形

基本 ① ア イ b, d (順不同) ウ a エ d オ b

ステップ 2 正多面体

正多面体は、次の5種類だけである。

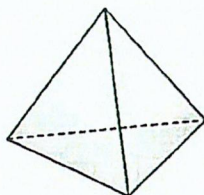
このページの「参考」参照

ポイント

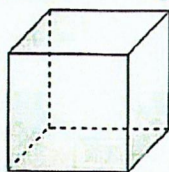
正多面体の性質

多面体のうち、右のような性質をもち、へこみのないものを正多面体という。

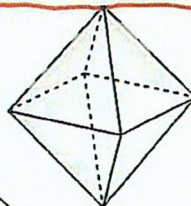
- ① すべての面が合同な正多角形である。
- ② どの頂点にも、同じ数だけ面が集まっている。



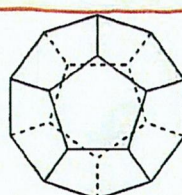
【正四面体】



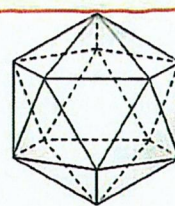
【正六面体】



【正八面体】



【正十二面体】



【正二十面体】

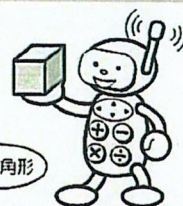
立万体のこと

基本学習

▽ 上の図の5種類の正多面体で、その特徴についていろいろ調べてみよう。

1) 次の表を完成させなさい。

	正四面体	正六面体	正八面体	正十二面体	正二十面体
面の形	正三角形	正六面体	正三角形	正五面体	正三角形
面の数	4	6	8	12	20
頂点の数	4	8	6	20	12
辺の数	6	12	12	30	30
1つの頂点に集まる面の数	3	3	4	3	5



正多角形

正△面体の名前からもわかる

面の数と頂点の関係があるのだろうか？

2) 面、頂点、辺の数を調べるのは大変であるが、次のように考えると覚えやすい。

	正四面体	正六面体	正八面体	正十二面体	正二十面体
面の数	4	6	8	12	20
頂点の数	4	8	6	20	12
辺の数	6	12	12	30	30

正△面体のこと

ワザあり 正多面体の辺の数の解法テクニック

(辺の数) = (面の数) + (頂点の数) - 2
これをオイラーの定理という。

トライ 2

基本学習を参考にして、正多面体について、次の問いに答えなさい。

① 面の形が正三角形である正多面体はいくつあるか。

3

② 正六面体の頂点の数はいくつか。

8

③ 正十二面体の辺の数はいくつか。

30

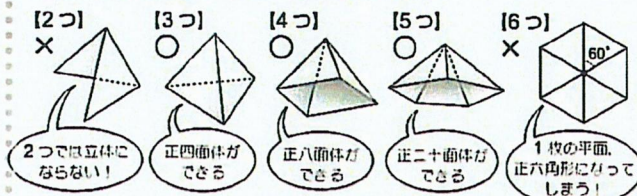
④ 1つの頂点に集まる面の数が3つである正多面体をすべて答えなさい。

正四面体、正六面体

正十二面体

参考 正多面体は5種類だけ！

正三角形を組み合わせて正多面体をつくるとき、1つの頂点に、正三角形をいくつ集めることができるだろうか。



1つの頂点のまわりに360°の角が集まると、1枚の平面になってしまい、立体とならない。

- 【正多面体となるための条件】
- ① 1つの頂点に集まる面の数は3つ以上。
 - ② 1つの頂点に集まる角度の和は360°未満。

同じように、正方形、正五角形、…についても考えてみよう。

答え

基本学習

ア 正方形 イ 正三角形 ウ 正五角形 エ 正六角形

オ 4 カ 8 キ 12 ク 4 ケ 8 コ 6 サ 12 シ 6 ス 12 セ 30

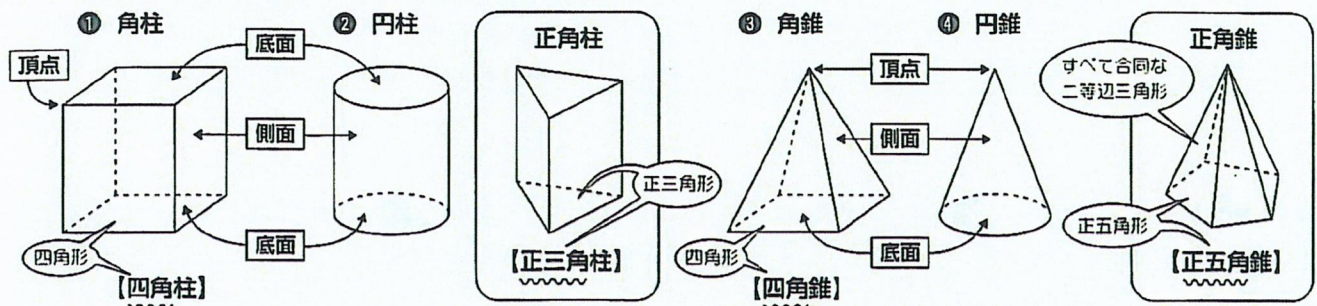
ソ 3 タ 4 チ 3 ツ 5 テ 4 ト 8 ナ 6 ニ 20 ネ 12 ネ 6

ノ 12 ハ 12 ヒ 30 フ 30

図形の 特徴 は おさえておきましょう。

ステップ 3 角柱・円柱と角錐・円錐

柱体や錐体は、底面の形によって名前が決まる。



基本学習

▼ 上の図の6種類の立体で、その特徴についていろいろ調べてみよう。

角柱・円柱	四角柱	正三角柱	円柱
底面	形 四角形	ア 正三角形	イ 円
	数 ウ 2	エ 2	オ 2
側面	形 長方形	カ 長方形	(曲面)
	数 キ 4	ク 3	

ポイント

角柱・円柱の特徴

- ① 角柱 2つの底面は合同な多角形で、側面は長方形
 - ・ 正角柱 底面が正多角形である角柱
- ② 円柱 2つの底面は合同な円で、側面は曲面

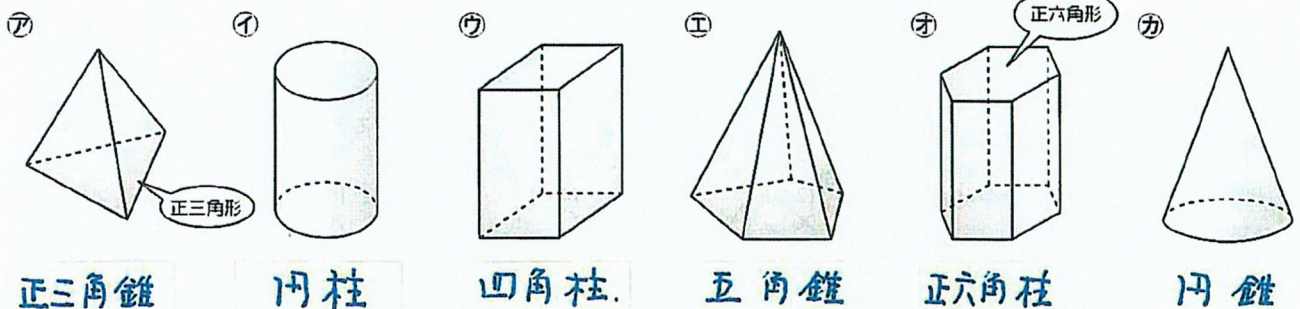
角錐・円錐	四角錐	正五角錐	円錐
底面	形 ウ 四角形	ケ 正五角形	コ 円
	数 サ 1	シ 1	1
側面	形 三角形	ス 二等辺三角形	(曲面)
	数 セ 4	ソ 5	

ポイント

角錐・円錐の特徴

- ③ 角錐 底面は1つで、側面は三角形
 - ・ 正角錐 底面が正多角形で、側面はすべて合同な二等辺三角形である角錐
- ④ 円錐 底面は1つで、側面は曲面

ドライ 3 次のア～カの立体について、 に立体の名前を書き、後の問いに記号で答えなさい。



① 三角形の面をもつ立体はどれか。

ア、エ

③ 曲面をもつ立体はどれか。

イ、カ

⑤ 六面体はどれか。

ウ、エ

② 底面が2つある立体はどれか。

イ、ウ、オ

④ 頂点が12個ある立体はどれか。

オ

⑥ 辺が6本ある立体はどれか。

ア

答え 基本学習 ア 正三角形 イ 円 ウ 2 エ 2 オ 長方形 カ 4 キ 3 ク 四角形 ケ 正五角形 コ 円 サ 1 シ 1 ス 二等辺三角形 セ 4 ソ 5

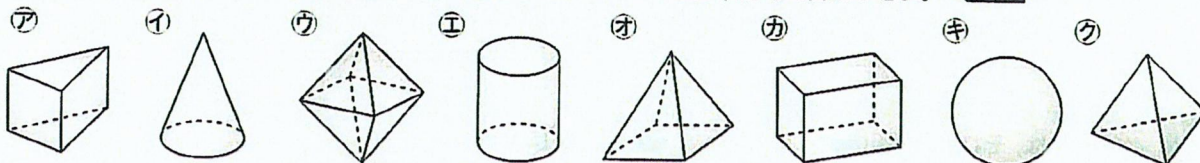
練習問題



たくさん解いて、解き方を工夫したり、問題に慣れよう！

1

下の㊦～㊨の立体について、後の問いにあてはまる立体をすべて選び、記号で答えなさい。 **基本11**

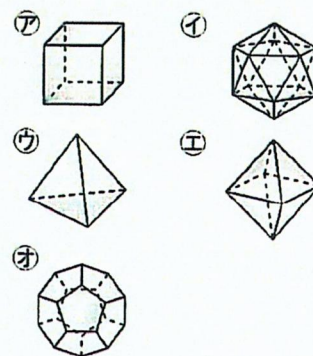


- ① 多面体である立体 **ア.ウ.オ.カ.フ** ② 平面と曲面で囲まれた立体 **イ.エ** ③ 多面体ではない立体 **イ.エ.チ**
 ④ 四面体 **フ** ⑤ 五面体 **ア.オ** ⑥ 八面体 **ウ**
 ⑦ 三角形の面をもつ立体 **ア.ウ.オ.フ** ⑧ 四角形の面をもつ立体 **ア.オ.カ** ⑨ 円の面をもつ立体 **イ.エ**
 ⑩ すべての面が三角形である立体 **フ.ウ.フ** ⑪ すべての面が四角形である立体 **カ** ⑫ 曲面だけをもつ立体 **チ**
 ⑬ 辺が6本ある立体 **フ** ⑭ 辺が8本ある立体 **オ** ⑮ 辺が12本ある立体 **ウ.カ**
 ⑯ 頂点が5つある立体 **オ** ⑰ 頂点が6つある立体 **ア.ウ** ⑱ 頂点が8つある立体 **カ**

2

正多面体の特徴について、下の表を完成させなさい。なお、図は、右の㊦～㊨より選びなさい。 **ステップ2**

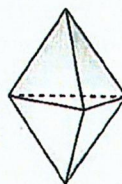
	正四面体	正六面体	正八面体	正十二面体	正二十面体
図	ウ	ア	エ	オ	イ
面の形	正三角形	正六方形	正三角形	正五角形	正三角形
面の数	4	6	8	12	20
頂点の数	4	8	6	20	12
辺の数	6	12	12	30	30
1つの頂点に集まる面の数	3	3	4	3	5



3

右の図は、正四面体を2つ重ねてつくった立体である。この立体の名前を答えなさい。また、この立体が正六面体とはいえない理由を書きなさい。 **ステップ2**

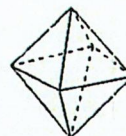
六面体 1つの頂点に集まる面の数が同じではないから **正六面体** とはいえない。



4

右の図は、正六面体の各面の対角線の交点を頂点とする立体である。次の問いに答えなさい。 **ステップ2**

- ① 1つの面の形はどんな三角形か。 **正三角形** ② この立体の名前を答えなさい。 **正八面体**

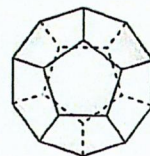


5

右の図の正十二面体について、次の問いに答えなさい。 **ステップ2**

- ① 正十二面体の辺の数を、次のようにして求めた。 **にあてはまる数を書きなさい。**

正十二面体は **ア** **12** 個の正五角形の面で囲まれている。1個の正五角形には **イ** **5** 本の辺があるから、すべての正五角形では、辺の数は **ウ** **60** 本になる。
 しかし、正十二面体の辺には、正五角形の辺が **エ** **2** 本ずつ重なっているから、
 正十二面体の辺の数は、**ウ** \div **エ** $=$ **オ** **30** (本) となる。



- ② ①の方法を参考にして、正二十面体の辺の数を求めなさい。 **30本**

6

角柱や角錐の特徴について、下の表を完成させなさい。

ステップ ③

①

	底面の数	側面の数	頂点の数	辺の数
三角柱	2	3	6	9
四角柱	2	4	8	12
五角柱	2	5	10	15
六角柱	2	6	12	18

②

	底面の数	側面の数	頂点の数	辺の数
三角錐	1	3	4	6
四角錐	1	4	5	8
五角錐	1	5	6	10
六角錐	1	6	7	12

7

次の立体は、それぞれ何面体が答えなさい。

ステップ ①③

- ① 三角錐 **四面体** ② 四角錐 **五面体** ③ 六角錐 **七面体** ④ 八角錐 **九面体**
 ⑤ 直方体 **六面体** ⑥ 五角柱 **七面体** ⑦ 六角柱 **八面体** ⑧ 七角柱 **九面体**

8

次の問いにあてはまる角柱や角錐の名前をすべて答えなさい。

ステップ ③

- ① 面が10個ある立体 ② 頂点が6個ある立体 ③ 面も頂点も8個ずつある立体 ④ 辺が16本ある立体
八角柱・九角錐 三角柱・五角錐 七角錐 八角錐

9

次の㉑～㉞の立体について、後の問いにあてはまる立体をすべて選び、記号で答えなさい。

ステップ ①②③

- ㉑ 三角柱 ㉒ 直方体 ㉓ 立方体 ㉔ 五角柱 ㉕ 正六角柱 ㉖ 円柱 ㉗ 球
 ㉘ 正八面体 ㉙ 正十二面体 ㉚ 円錐 ㉛ 正三角錐 ㉜ 四角錐 ㉝ 正五角錐 ㉞ 六角錐

- ① 底面が2つある立体 ② 曲面と1平面で閉まれた立体 ③ 曲面と2平面で閉まれた立体
ア・イ・ウ・エ・オ・カ **ク** **カ**
 ④ 長方形の面を2つ以上もつ立体 ⑤ 正方形の面だけをもつ立体 ⑥ 正五角形の面をもつ立体
ア・イ・エ・オ **ウ** **ケ・ス**
 ⑦ 正三角形の面をもつ立体 ⑧ 六面体である立体 ⑨ 正六面体である立体
ク・サ **イ・ウ・ス** **ラ**
 ⑩ 正三角形の面だけをもつ立体 ⑪ 辺が12本ある立体 ⑫ 面が8つある立体
ク **イ・ウ・フ・ヒ** **オ・ク**
 ⑬ 面と頂点の数が等しい立体 ⑭ 合同な面だけで閉まれた立体 ⑮ どの頂点にも集まる面の数が等しい立体
サ・シ・ス・セ **ウ・フ・ケ** **ア・イ・ウ・エ・オ・フ・ケ・サ**

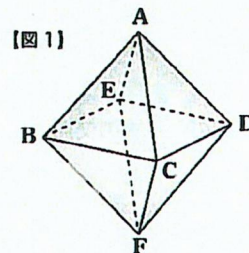
応用問題

さあ、チャレンジしてみよう！あきらめずに最後までトライ！

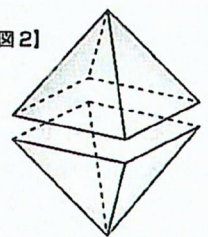
1

右の図1の正八面体について、次の問いに答えなさい。

- ① $\angle ACF$ の大きさを求めなさい。 **90°**
 ② 右の図2のように、正八面体を2つに分けると、どちらも同じ立体ができた。この立体の名前を答えなさい。

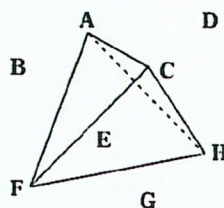
正四角錐

【図2】



2

右の図のように、立方体の4つの頂点 A, C, F, H を頂点とする立体をつくる。このとき、次の問いに答えなさい。



- ① $\triangle ACF$ はどんな三角形か。 **正三角形**
 ② $\angle CFH$ の大きさを求めなさい。 **60°**
 ③ この立体の名前を答えなさい。 **正四面体**

3

下の図のサッカーボールは、32個の面からなる多面体を球状にふくらませたものである。この多面体は、12個の正五角形と20個の正六角形の面からできている。また、どの頂点にも1個の正五角形と2個の正六角形の面が集まっている。この多面体の辺の数を求めなさい。

90本

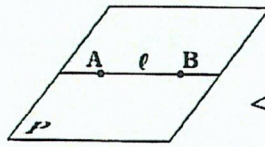
2. 直線や平面の位置関係

ステップ 1 平面の決定

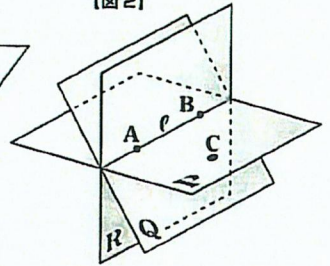
平面は、平らに限りなく広がっている面と考える。

- 図1のように、平面P上の2点A, Bを通る直線 ℓ は平面Pにふくまれる。このとき、直線 ℓ は平面P上にあるという。
- 図2のように、直線 ℓ をふくむ平面は、平面P, Q, Rのようにいくつもある。しかし、直線 ℓ と直線 ℓ 上にはない点Cとをふくむ平面は、平面Pの1つしかない。

【図1】



【図2】

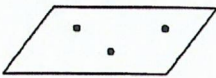


大切

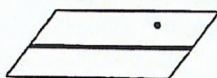
ポイント

平面の決定…平面がただ1つに決まる場合は、平面が次の①～④のいずれかをふくむときである。

- ① 同じ直線上にない3点



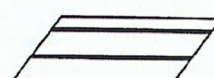
- ② 1つの直線とその直線上にない1点



- ③ 交わる2直線



- ④ 平行な2直線



基本パターン ①

▼ 次の点や直線をふくむ平面が、ただ1つに決まるものには [] に○を、決まらないものには [] に×を書きなさい。

- ㉑ 1直線上にない3点 [○] ㉒ 交わる2直線 [○] ㉓ 2点A, B [×] ㉔ 平行な2直線 [○]

ステップ 2 2直線の位置関係

空間内で、交わらず、平行でもない2直線は **ねじれの位置** にあるという。

定期テスト必出

ポイント

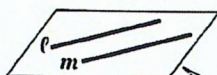
2直線 ℓ, m の位置関係

同じ平面上にある

- ① 交わる

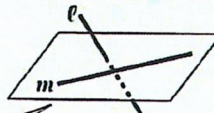


- ② 平行である

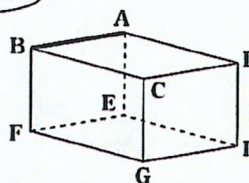


同じ平面上にない

- ③ ねじれの位置にある

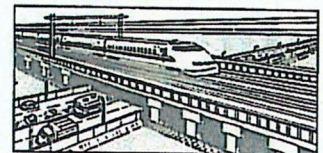


交わらない



参考

立体交差もねじれの位置にあるよ。



空間内の位置関係は、えんぴつや下敷きを使うとわかりやすい。



基本パターン ②

▼ 右の図の直方体について、次の辺をすべて答えなさい。

- 1) 辺ABと平行な辺

同じ平面上にあり、交わらない辺

答え ア 辺DC, イ EF, エ HG

- 2) 辺ABと垂直な辺

同じ平面上にあり、90°で交わる辺

答え ウ 辺AD, エ AE, オ BC, カ BF

- 3) 辺ABとねじれの位置にある辺

交わらず、平行でもない辺

答え カ 辺CG, キ DH, ク FG, ケ EH

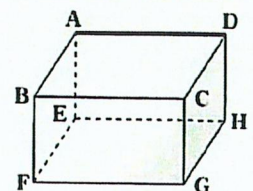
トライ ①

右の図の直方体について、次の辺をすべて答えなさい。

- ① 辺ADと平行な辺 ② 辺ADと垂直な辺 ③ 辺ADとねじれの位置にある辺
 辺BC, 辺EH, 辺FG 辺AB, 辺AE, 辺DC, 辺DH 辺BF, 辺EF, 辺CG, 辺HG

できるだけ「辺」をつけるようにしよう!

答え 基本① ア○ イ○ ウ× エ○ 基本② アイ EF, HG (順不同) ウエオ AE, BC, BF (順不同) カク DH, FG, EH (順不同)



ステップ ③ 直線と平面の位置関係

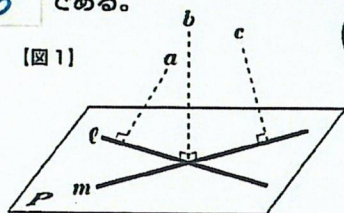
- ① 右の「ポイント」のように、直線と平面の位置関係には3つの場合がある。このとき、直線と平面が交わる点を**交点**という。

基本学習 直線と平面が垂直に交わる場合

▼ 次のことについて考えてみよう。

- 1) 下の図1で、直線 a, b, c は、どれも平面 P 上の直線 l や m と垂直に交わっている。この直線 a, b, c のうち、平面 P と垂直に交わっているといえるのは直線 **b** である。

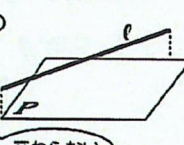
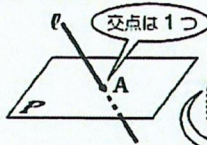
【図1】



平面 P 上の交点を通るどの直線とも垂直に交わっているもの

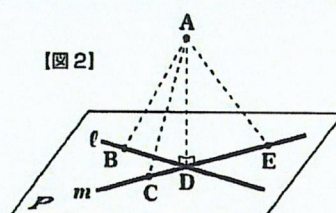
ポイント 直線 l と平面 P の位置関係

- ① 交わる (交点は1つ) ② 平行である (交わらない) ③ 直線は平面上にある (交点は無数)



- 2) 下の図2のように、点 A と平面 P 上の点 B, C, D, E とを結んだ線分を考える。この線分のうち、最も長さが短いと思われる線分は、線分 **AD** である。

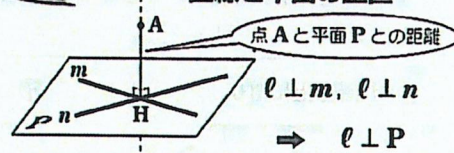
【図2】



- ② 右の「ポイント」のように、直線 l が平面 P と点 H で交わり、平面 P 上の交点 H を通る2直線 m, n に垂直であるとき、直線 l は平面 P と垂直であるという。
- ③ 右の「ポイント」のように、線分 AH と平面 P とが垂直であるとき、線分 AH の長さを点 A と平面 P との距離という。

ポイント

直線と平面の垂直



基本パターン ③

▼ 右の図の直方体について、次の辺や面をすべて答えなさい。

- 1) 面 $ABCD$ と平行な辺

面 $ABCD$ と交わらない辺

答え 辺 EF, FG, GH, EH

- 2) 面 $ABCD$ と垂直な辺

面 $ABCD$ 上の2辺と垂直な辺

答え 辺 AE, BF, CG, DH

$AE \perp AB, AE \perp AD$

- 3) 辺 AB と平行な面

辺 AB と交わらない面

答え 面 $EFGH, CGHD$

- 4) 辺 BF と垂直な面

辺 BF と垂直な2辺を含む面

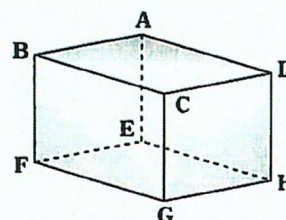
答え 面 $ABCD, EFGH$

$BF \perp AB, BF \perp BC$

- 5) 点 C と面 $EFGH$ との距離を表す辺

点 C から面 $EFGH$ にひいた垂線

答え 辺 CG



お心算にアルファベットをばらばら!

トライ ②

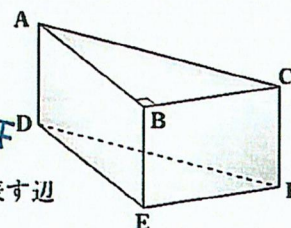
右の図の三角柱について、次の辺や面をすべて答えなさい。

- ① 面 ABC と平行な辺 ② 面 DEF に垂直な辺 ③ 面 $BEFC$ 上にある辺

辺 DE, EF, DF 辺 AD, BE, CF 辺 BC, BE, EF, CF

- ④ 辺 BE に平行な面 ⑤ 辺 AB に垂直な面 ⑥ 点 B と面 DEF との距離を表す辺

面 $ADFC$ 面 $BEFC$ 辺 BE



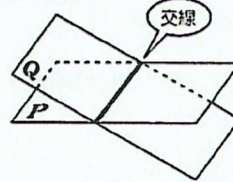
答え 基本学習 ア b イ AD 基本3 ケイウ FG, GH, EH (順不同) エオカ BF, CG, DH (順不同) キ $CGHD$ ク $EFGH$ ケ CG

ステップ 4 2平面の位置関係

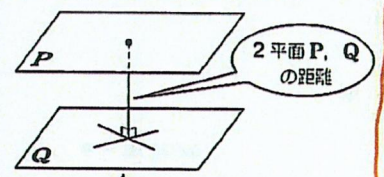
ポイント 2平面P, Qの位置関係

- ① 右の「ポイント①」のように、2平面の位置関係には2つの場合がある。「ポイント①」のように、2平面が交わるときにできる直線を交線という。
- ② 右の「ポイント②」のように、2平面P, Qが平行であるとき、平面P上の点から平面Qにひいた垂線の長さはどこでも等しい。このとき、この線分の長さを2平面P, Qの距離という。
- ③ 右の図1のように、2平面P, Qが交わるとき、交線 l 上の点Oから、平面P, Q上に $OA \perp l$, $OB \perp l$ となるような直線OA, OBをひく。このとき、 $\angle AOB$ を平面P, Qのつくる角という。また、 $\angle AOB = 90^\circ$ のとき、2平面P, Qは垂直であるという。

① 交わる

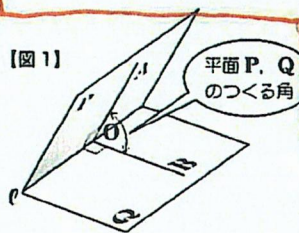


② 平行である(交わらない)

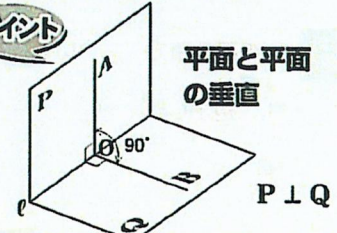


1つの直線に垂直な2つの平面は平行である。

【図1】

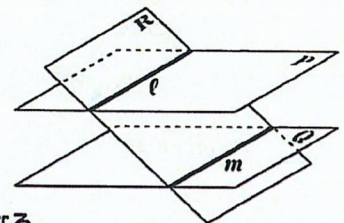


ポイント



基本学習

- ▼ 右の図のように、平行な2平面P, Qに1つの平面Rが交わっている。このとき、2つの交線 l , m について調べよう。



2平面P, Qは平行だから、2つの交線 l , m は交わらない。

よって、2つの交線 l , m は同じ平面R上にあり、交わらないので $l \parallel m$ となる。

基本パターン 4

- ▼ 右の図の直方体について、次の問いに答えなさい。

1) 面EFGHと平行な面を答えなさい。

面EFGHと交わらない面

答え 面 ABCD

2) 面EFGHと面ABFEのつくる角は何度か。

$\angle BFG$ を考えよう

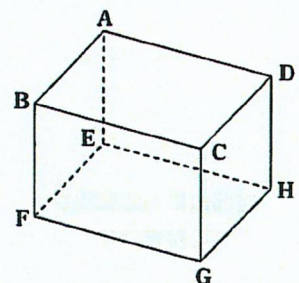
答え 90°

3) 面EFGHと垂直な面をすべて答えなさい。

面EFGHと垂直な辺をふくむ面

$BF \perp$ 面EFGH

答え 面 ABFE, BFGC, CGHD, AEHD



トライ 3

右の図のように、直方体を2つに分けてつくった立体について、次の問いに答えなさい。

① 面ABCと平行な面を答えなさい。

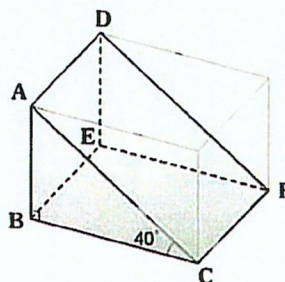
面DEF

② 面ACFDと面BCFEのつくる角は何度か。

40°

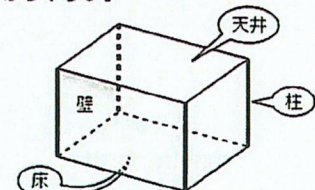
③ 面BCFEと垂直な面をすべて答えなさい。

面ABC, 面DEF, 面ABED



空間内の位置関係の解法テクニック

2直線の位置関係はわかりやすいが、平面から見た位置関係はわかりにくい。そこで、もともになる平面を床と考えるとわかりやすい。



床 // 天井 (にある辺)

床 \perp 柱 (をふくむ壁)

答え

基本学習 交わらない \parallel 基本4 面 ABCD $\angle 90^\circ$

面 BFGC, CGHD, AEHD (順不同)

練習問題



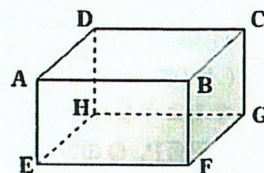
たくさん解いて、解き方を工夫したり、問題に慣れよう！

1 次の⑦～⑩の条件をふくむ平面が、ただ1つに決まるものには〔 〕に○を、決まらないものには〔 〕に×を書きなさい。

基本1

- ⑦ 1つの直線とその直線上にない1点〔○〕 ⑧ 1直線上にない4点〔×〕 ⑨ 交わる2直線〔○〕
⑩ 1直線上にある3点〔×〕 ⑪ 平行な2直線〔○〕 ⑫ 1直線上にない3点〔○〕

2 右の図の直方体について、次の辺をすべて答えなさい。基本2

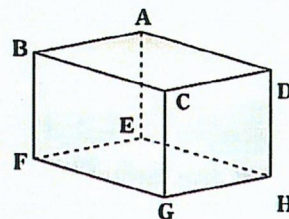


- ① 辺BCと平行な辺 ② 辺BCと垂直な辺 ③ 辺BCとねじれの位置にある辺
④ 辺EFと平行な辺 ⑤ 辺AEと垂直な辺 ⑥ 辺BFとねじれの位置にある辺

3 空間内にある直線の位置関係について、次のことがらが正しいものには〔 〕に○を、正しくないものには〔 〕に×を書きなさい。ただし、 l , m , n は3つの異なる直線を表している。ステップ2

- ① l と m が交わらないとき、 $l \parallel m$ である。〔×〕 ② $l \parallel m$, $m \parallel n$ のとき、 $l \parallel n$ である。〔○〕
③ $l \perp m$, $l \perp n$ のとき、 $m \parallel n$ である。〔×〕 ④ $l \parallel m$, $l \perp n$ のとき、 $m \perp n$ である。〔×〕

4 右の図の直方体について、次の辺や面をすべて答えなさい。基本3

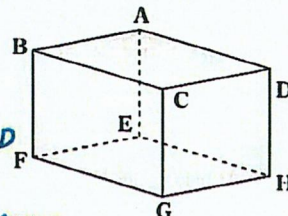


- ① 面EFGHと平行な辺 ② 面EFGHと垂直な辺 ③ 面EFGH上にある辺
④ 辺BCと平行な面 ⑤ 辺ABと垂直な面 ⑥ 辺BFと平行な面
⑦ 辺FGと垂直な面 ⑧ 面BFGCと垂直な辺 ⑨ 点Cと面ABFEとの距離を表す辺

5 空間内にある直線や平面の位置関係について、次のことがらが正しいものには〔 〕に○を、正しくないものには〔 〕に×を書きなさい。ただし、 P は平面、 l , m は P 上にない2つの異なる直線を表している。ステップ3

- ① $l \perp P$, $m \perp P$ のとき、 $l \parallel m$ である。〔○〕 ② $l \parallel P$, $m \parallel P$ のとき、 $l \parallel m$ である。〔×〕
③ $l \parallel P$, $l \parallel m$ のとき、 $m \parallel P$ である。〔×〕 ④ $l \perp P$, $l \parallel m$ のとき、 $m \perp P$ である。〔○〕
⑤ $l \parallel P$, $l \perp m$ のとき、 $m \parallel P$ である。〔×〕 ⑥ $l \perp P$, $l \perp m$ のとき、 $m \parallel P$ である。〔○〕

6 右の図の直方体について、次の面をすべて答えなさい。基本4



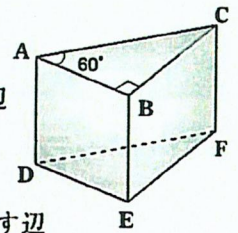
- ① 面ABCDと平行な面 ② 面ABCDと垂直な面
③ 面BFGCと平行な面 ④ 面CGHDと垂直な面

7 空間内にある平面の位置関係について、次のことがらが正しいものには〔 〕に○を、正しくないものには〔 〕に×を書きなさい。ただし、 P , Q , R は3つの異なる平面を表している。ステップ4

- ① $P \parallel Q$, $P \parallel R$ のとき、 $Q \parallel R$ である。〔○〕 ② $P \perp Q$, $P \perp R$ のとき、 $Q \parallel R$ である。〔×〕
③ $P \parallel Q$, $P \perp R$ のとき、 $Q \perp R$ である。〔○〕 ④ $P \perp Q$, $Q \perp R$ のとき、 $P \perp R$ である。〔×〕

8

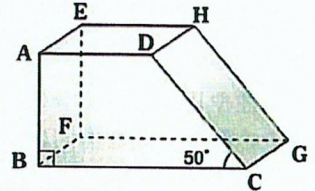
右の図の三角柱について、次の辺や面、角の大きさを答えなさい。 **ステップ 1 2 3 4**



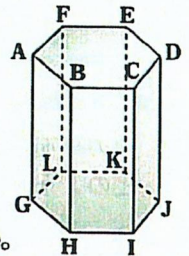
- ① 辺 AD と平行な辺 **辺 BE, 辺 CF**
 ② 辺 BC と垂直な辺 **辺 AB, 辺 DE, 辺 CF**
 ③ 辺 AB とねじれの位置にある辺 **辺 DE, 辺 EF, 辺 CF**
 ④ 面 ADEB と平行な辺 **辺 CF**
 ⑤ 面 BEFC と垂直な辺 **辺 AB, 辺 DE**
 ⑥ 面 DEF 上にある辺 **辺 DE, 辺 EF, 辺 DF**
 ⑦ 辺 AC と平行な面 **面 DEF**
 ⑧ 辺 AB と垂直な面 **面 BEFC**
 ⑨ 点 C と面 ADEB との距離を表す辺 **辺 BC**
 ⑩ 面 ABC と平行な面 **面 DEF**
 ⑪ 面 BEFC と垂直な面 **面 ADEB, 面 ABC, 面 DEF**
 ⑫ 面 ADFC と面 ADEB のつくる角 **60°**

9

右の図のように、 $AD \parallel BC$, $AB \perp BC$, $\angle BCD = 50^\circ$ である台形 ABCD を底面とする四角柱がある。この四角柱について、次の辺や面、角の大きさを答えなさい。 **ステップ 2 3 4**



- ① 辺 AE と平行な辺 **辺 BF, 辺 DH, 辺 CG**
 ② 辺 BC と垂直な辺 **辺 AB, 辺 BF, 辺 CG**
 ③ 辺 BF とねじれの位置にある辺 **辺 AD, 辺 EH, 辺 DC, 辺 HG**
 ④ 面 ABCD と平行な辺 **辺 EF, 辺 FG, 辺 GH, 辺 EH**
 ⑤ 面 BCGF と垂直な辺 **辺 AB, 辺 EF**
 ⑥ 面 DCGH と面 BCGF のつくる角 **50°**
 ⑦ 辺 AD と垂直な面 **面 ABFE**
 ⑧ 面 ADHE と垂直な面 **面 ABCD, 面 ABFE, 面 EFGH**
 ⑨ 辺 AB とねじれの位置にある辺 **辺 EH, 辺 FG, 辺 GH, 辺 DH, 辺 CG**



10

右の図の正六角柱について、次の問いに答えなさい。 **ステップ 1 2 3 4**

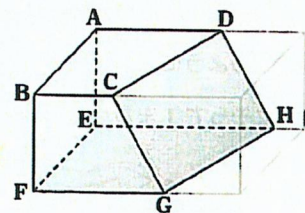
- ① 辺 BC と垂直な辺はどれか。 **辺 BH, 辺 CI**
 ② 面 AGHB と平行な辺はいくつあるか。 **6つ**
 ③ 面 ABCDEF と垂直な面はいくつあるか。 **6つ**
 ④ 辺 AF と辺 IJ は同じ平面上にあるといえるか。 **いえる**
 ⑤ 辺 BH とねじれの位置にある辺はいくつあるか。 **8つ**
 ⑥ 辺 CD とねじれの位置にある辺はいくつあるか。 **8つ**

応用問題

さあ、チャレンジしてみよう！あきらめずに最後までトライ！

1

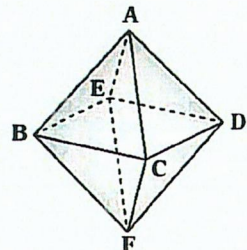
右の図のように、直方体を2つに分けてつくった立体について、次の辺や面をすべて答えなさい。ただし、AD は BC より長いものとする。



- ① 辺 AB と垂直な辺 **辺 AD, 辺 AE, 辺 BC, 辺 BF**
 ② 面 EFGH と垂直な面 **面 ABFE, 面 BFGC, 面 AEHD**
 ③ 辺 GH とねじれの位置にある辺 **辺 AB, 辺 BC, 辺 AD, 辺 AE, 辺 BF**

2

右の図の正八面体について、次の直線や平面の位置関係を答えなさい。



- ① 辺 AB と辺 DF **平行**
 ② 辺 AB と辺 AD **垂直**
 ③ 辺 AB と辺 CF **ねじれの位置**
 ④ 面 ABC と面 EDF **平行**
 ⑤ 線分 AF と面 BCDE **垂直**
 ⑥ 面 ABFD と面 ACFE **垂直**

3

次の空間内にある直線や平面の位置関係を、記号を使って表しなさい。ただし、 P , Q は2つの異なる平面、 ℓ , m , n は3つの異なる直線を表している。

- ① $\ell \parallel m$, $m \parallel n$ のときの ℓ と n の関係 **$\ell \parallel n$**
 ② $\ell \perp P$, $m \perp P$ のときの ℓ と m の関係 **$\ell \parallel m$**
 ③ $\ell \perp P$, $\ell \parallel Q$ のときの P と Q の関係 **$P \perp Q$**
 ④ $P \parallel Q$, ℓ は Q にふくまれているときの ℓ と P の関係 **$\ell \parallel P$**

入試にはあまり出題されない単元ですが、理解しておく必要があります。

3. 立体のいろいろな見方

ステップ ① 面を平行に動かしてできる立体

基本学習

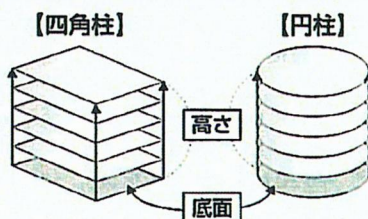
▼ 右の写真は、年賀ハガキと百円玉を何枚も積み重ねたものである。それぞれどんな立体ができたといえるだろうか。

年賀ハガキを重ねてできた立体は ^ア **四角柱** (直方体) であり、百円玉を重ねてできた立体は ^イ **円柱** である。

- ① 角柱や円柱は、1つの多角形や円を、その面に垂直な方向に、一定の距離だけ平行に動かしてできた立体とも考えられる。

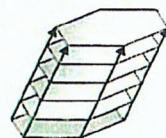
- ② 動かす多角形や円が**底面**、底面の周が動いたあとが立体の**側面**、動いた長さが立体の**高さ**である。

ポイント 面を動かしてできる立体



参考 シャクウチョウ 斜角柱

底面を垂直に動かしてできる立体を**直方柱**ともいい、斜めに動かしてできる立体を**斜角柱**という。

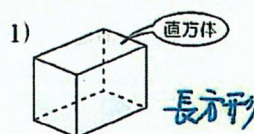


ドライ ① 次の問いに答えなさい。

- ① 次の平面図形を、その面に垂直な方向に動かすと、どのような立体ができるか。



- ② 次の立体は、どのような図形を垂直な方向に動かしてできた立体と考えられるか。

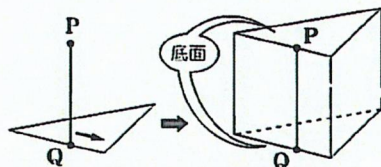


ステップ ② 線を動かしてできる立体

基本学習

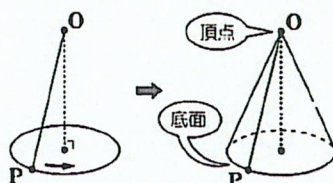
▼ 線分を1まわりさせてできる立体について考えてみよう。

- 下の図のように、三角形に垂直に立てた線分PQを、三角形の周にそって1まわりさせると、**三角柱**ができる。



ポイント 線分PQのように側面をえがく線分を**母線**という。

- 下の図のように、円の中心の真上にある点Oと円周上の点Pとを結んだ線分OPを、円の周にそって1まわりさせると、**円錐**ができる。

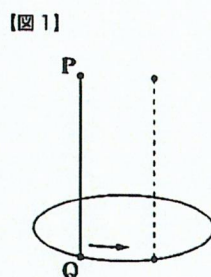


ポイント 線分OPのように側面をえがく線分を**母線**という。

ドライ ② 次の問いに答えなさい。

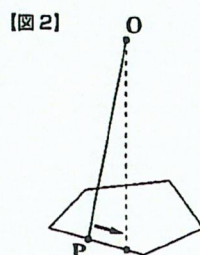
- ① 図1のように、円の周上に垂直に立てた線分PQを、円の周にそって1まわりさせるとき、どんな立体ができるか。

円柱



- ② 図2のように、五角形の周上に点Oがある。五角形の周上に点Pを、その周にそって1まわりさせるとき、線分OPが動いてできる面は、どんな立体の側面か。

五角錐

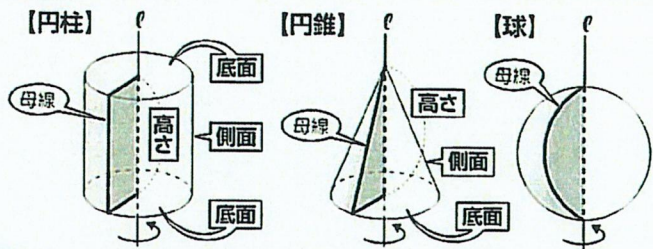


大切

ステップ ③ 回転体

- 1つの平面図形を、その平面上の直線 l を軸として1回転させてできる立体を**回転体**という。
- 円柱や円錐は、長方形や直角三角形の回転体とも考えられる。このとき、側面をえがく線分を**母線**という。
- 球は、半円の回転体とも考えられる。

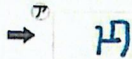
ポイント 回転体



基本学習

- ▼ 右の図1, 2について、次のように回転体を切るとき、その切り口の形を考えてみよう。

- 図1の円柱を、回転の軸 l に垂直な平面で切るとき



ポイント

回転体を、回転の軸に垂直な平面で切ると、その切り口は**円**になる。

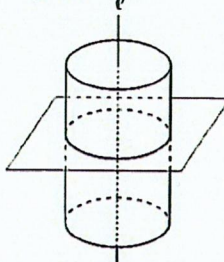
- 図2の円錐を、回転の軸 l をふくむ平面で切るとき



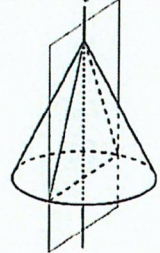
ポイント

回転体を、回転の軸をふくむ平面で切ると、その切り口は回転の軸を対称の軸とする**線対称な図形**になる。

【図1】



【図2】



ドライ③

下の図のような直角三角形を、直線 l を軸として1回転させてできる立体について、次の問いに答えなさい。

- どんな立体ができるか。

円錐

- できた立体の母線の長さは何cmか。

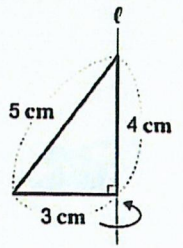
5cm

- できた立体の高さは何cmか。

4cm

- できた立体を、回転の軸 l に垂直な平面で切るとき、その切り口はどんな形か。

円

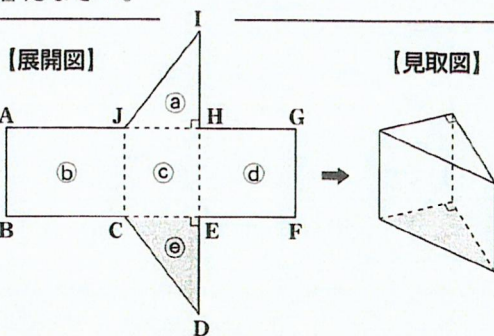


ステップ ④ 展開図

立体を切り開いて、1つの平面上に広げたものを**展開図**という。同じ立体でも、切り方によって展開図の形は異なる。

基本パターン①

- ▼ 下の図のような展開図を組み立てて、ある立体をつくった。見取図を参考にして、次の問いに答えなさい。

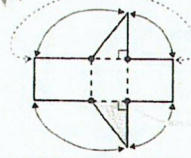


- この立体の名前を答えなさい。 答え **三角柱**

- 点Aと重なる点はどれか。 答え 点 **G, I**

ワザあり!

展開図を組み立てたときの重なる点の見つけ方



側面となる長方形の端どうしの点は重なる。

展開図で、へこんでいる点のとなりどうしの点は重なる。

- 辺ABと垂直な面を、面①～⑥より選びなさい。

ドライ④

上の基本パターン①の展開図について、次の問いに答えなさい。

- 点Dと重なる点はどれか。
- 辺AJと重なる辺はどれか。
- 辺ABと辺JHの位置関係を答えなさい。

B, F

IJ

平行な位置

発展パターン ①

- ▼ 右の図の円錐の展開図について、底面となる円の半径を求めなさい。

ポイント 円錐の展開図 側面のおうぎ形の弧の長さと、底面の円周の長さは等しい。

底面の円周の長さ

側面のおうぎ形の弧の長さ

- $2\pi \times \text{半径} = 2\pi \times \text{母線} \times \frac{\text{中心角}}{360^\circ}$ より、 $\text{半径} = \text{母線} \times \frac{\text{中心角}}{360^\circ}$ の関係がある。

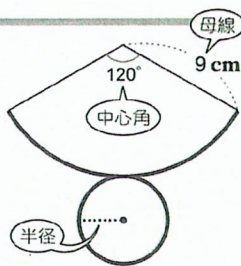
- 半径を x cm とすると、

$$x = 9 \times \frac{120}{360} = \underline{3} \text{ (cm)}$$

ワザあり!

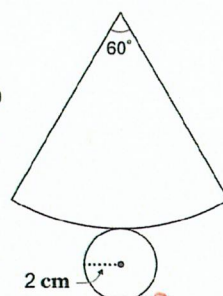
円錐の母線と半径の関係

$$\text{半径} = \text{母線} \times \frac{\text{中心角}}{360^\circ}$$



トライ ⑤

右の図の円錐の展開図について、母線の長さを求めなさい。



$$\text{半径} = \text{母線} \times \frac{\text{中心角}}{360}$$

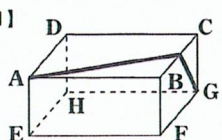
$$2 = \text{母線} \times \frac{60}{360}$$

$$\text{母線} = 12 \text{ cm}$$

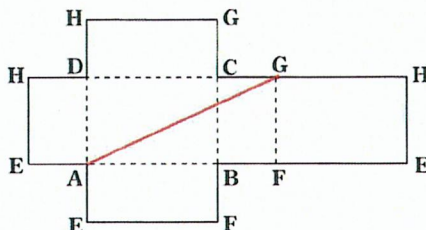
発展パターン ②

- ▼ 下の図1の直方体に、辺BC上を通過して、点Aから点Gまでゆるまないうちにひもをかけた。このとき、ひもが通ったあとを図2の展開図にかき入れなさい。

【図1】



【図2】



- ひもがゆるまないということは、点Aと点Gを結ぶ線が最も短くなるときである。

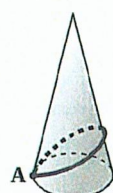
ポイント

展開図上で、2点を結ぶ線分が、2点間の最短距離となる。

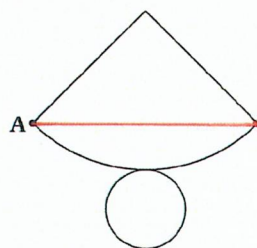
トライ ⑥

下の図1の円錐に、底面の円周上の点Aから、側面をひとまわりして、ゆるまないようにひもをかけた。このとき、ひもが通ったあとを図2の展開図にかき入れなさい。

【図1】



【図2】



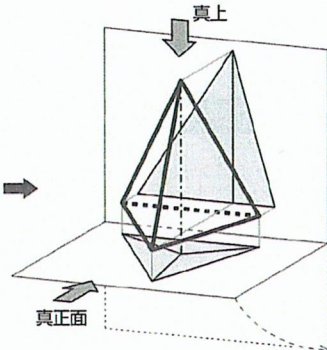
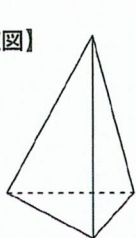
ステップ ⑤

とうえいす
投影図

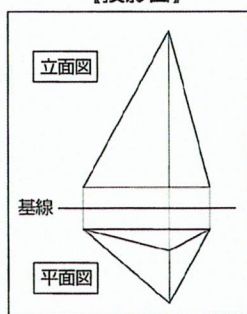
基本学習

- ▼ 下の図の三角錐を、真正面から見た場合と、真上から見た場合の形を考えてみよう。

【見取図】



【投影図】



ポイント

投影図

立体を、真正面から見た図を立面図、真上から見た図を平面図、これらを合わせて投影図という。

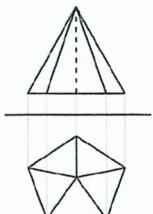
注意!

実際に見える線は実線(—)で表し、立体の影になって見えない線は破線(----)で表す。

トライ ⑦

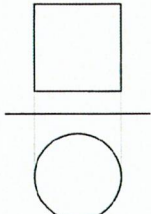
右の投影図で表される立体の名前を答えなさい。

五角柱

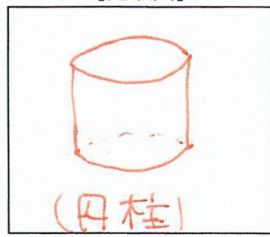


トライ ⑧

右の投影図で表される立体の見取図をかきなさい。



【見取図】



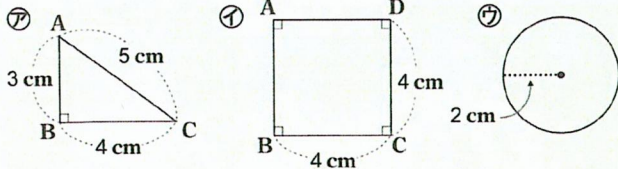
答え 発展 3

練習問題



たくさん解いて、解き方を工夫したり、問題に慣れよう！

- 1 下の平面図形⑦, ①, ⑨を、その面に垂直な方向に4 cm 動かしてできる立体について、次の問いに答えなさい。 **ステップ ①**



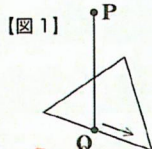
- それぞれの立体の名前を答えなさい。
⑦ 三角柱, ① 立方体, ⑨ 円柱
- ⑦, ① がつくる立体で、辺 AB が動いてできる側面の形をそれぞれ答えなさい。
⑦ 長方形, ① 正方形
- ⑨ がつくる立体の高さは何 cm か。
⑨ 4 cm

- 2 次の⑦~⑨の立体で、底面をその面に垂直な方向に動かしてできたと考えられる立体を選びなさい。また、どんな平面図形を動かしたか答えなさい。 **ステップ ①**

- ⑦ 円錐 ① 直方体 ⑨ 正四面体 ⑩ 三角柱
⑪ 正五角柱 ⑫ 球 ⑬ 正六角錐 ⑭ 円柱
① 長方形 ② 三角形 ③ 正五角形 ④ 円

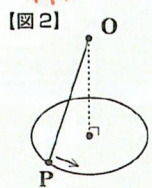
- 3 次の問いに答えなさい。 **ステップ ②**

- ① 図1のように、正三角形の周上に垂直に立てた線分 PQ を、その周にそって1まわりさせる。このとき、どんな立体の側面ができるか。



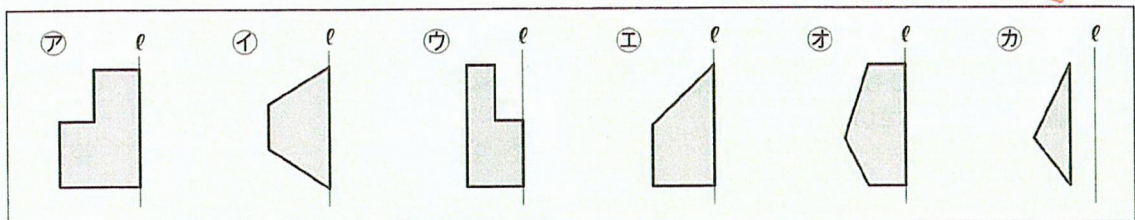
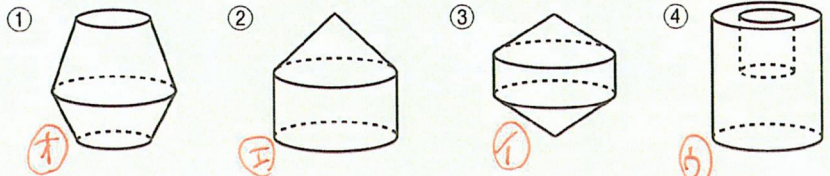
正三角柱

- ② 図2のように、円の中心の真上に点 O がある。円周上にある点 P を、その周にそって1まわりさせるとき、線分 OP が動いてできる面は、どんな立体の側面か。

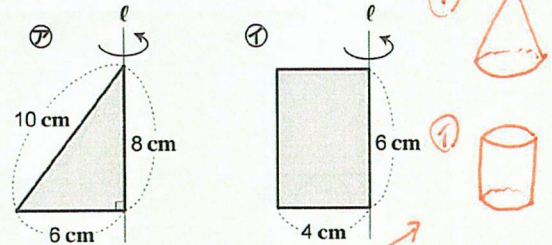


円錐

- 6 右の①~④の立体は、下の⑦~⑫の平面図形のうち、どれを1回転させてできたものか。ただし、直線 ℓ を回転の軸とする。 **ステップ ③**

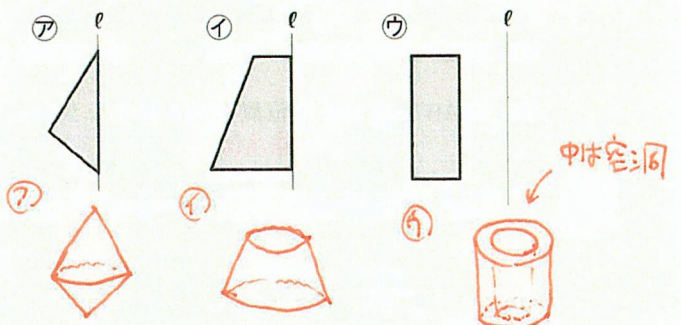


- 4 下の図のように、⑦ 直角三角形と① 長方形を、直線 ℓ を軸として1回転させてできる立体について、次の問いに答えなさい。 **ステップ ③**

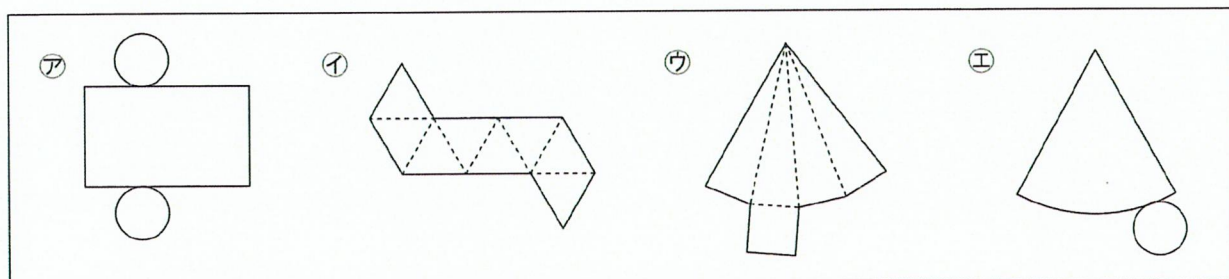
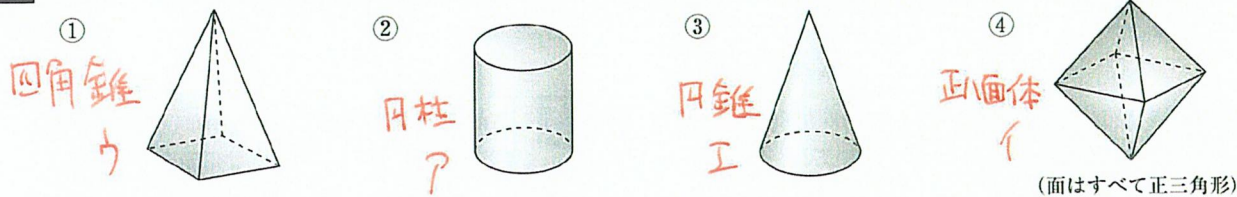


- 立体の名前を、それぞれ答えなさい。
⑦ 円錐, ① 円柱
- 立体の見取図を、それぞれかきなさい。
- 立体の高さは、それぞれ何 cm か。
⑦ 8 cm, ① 6 cm
- 立体の母線の長さは、それぞれ何 cm か。
⑦ 10 cm, ① 6 cm
- 立体を、回転の軸 ℓ をふくむ平面で切るとき、その切り口の図形の名前をそれぞれ答えなさい。
⑦ 二等辺三角形, ① 長方形
- 立体を、回転の軸 ℓ に垂直な平面で切るとき、その切り口の図形の名前をそれぞれ答えなさい。
⑦ 円, ① 円

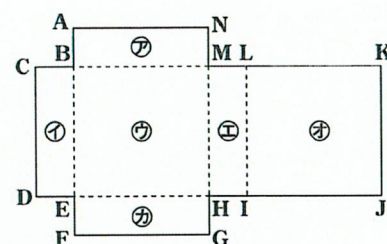
- 5 次の⑦~⑨の図形を、直線 ℓ を軸として1回転させてできる立体の見取図をかきなさい。 **ステップ ③**



7 次の①～④の立体の名前を答えなさい。次に、その立体の展開図を、下の㉞～㉟より選びなさい。 **ステップ 4**

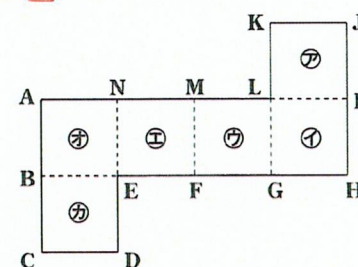


8 右の図は、直方体の展開図である。この展開図を組み立ててできる立体について、次の問いに答えなさい。 **基本1**



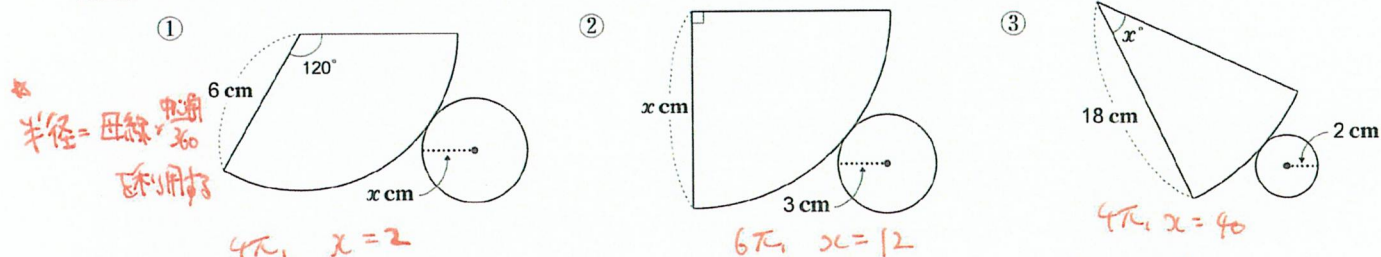
- ① 点Aと重なる点はどれか。 **C, K**
- ② 辺CDと重なる辺はどれか。 **辺KJ**
- ③ 辺ANと垂直な面はどれか。 **㉞, ㉟**
- ④ 面㉞と平行な面はどれか。 **㉟**
- ⑤ 辺ABと辺HIの位置関係を答えなさい。 **平行**
- ⑥ 辺DEと辺KLの位置関係を答えなさい。 **同じ名の位置**

9 右の図は、立方体の展開図である。この展開図を組み立ててできる立体について、次の問いに答えなさい。 **基本1**



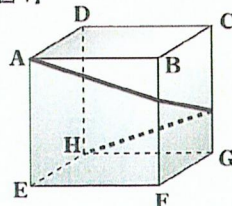
- ① 点Dと重なる点はどれか。 **F**
- ② 点Aと重なる点はどれか。 **I**
- ③ 辺KLと重なる辺はどれか。 **辺ML**
- ④ 辺CDと重なる辺はどれか。 **辺GF**
- ⑤ 面㉞と平行な面はどれか。 **㉟**
- ⑥ 辺KJと垂直な面はどれか。 **㉞, ㉟**
- ⑦ 辺ABと辺MNの位置関係を答えなさい。 **同じ名の位置**
- ⑧ 辺ABと辺GHの位置関係を答えなさい。 **垂直**

10 次の図は、円錐の展開図である。それぞれのおうぎ形の弧の長さと、 x の値を求めなさい。 **発展1**

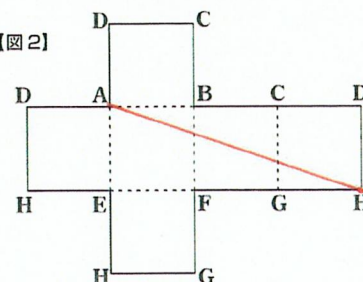


11 右の図1の立方体に、辺BF, CG上を通過して、点Aから点Hまでゆるまないうちにひもをかけた。このとき、ひもが通ったあとを図2の展開図にかき入れなさい。 **発展2**

【図1】



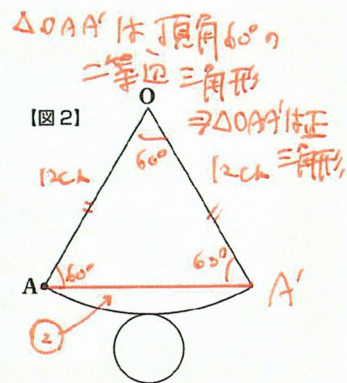
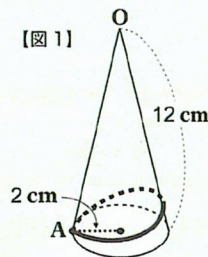
【図2】



- 12 右の図1の円錐に、底面の円周上の点Aから側面をひとまわりして、ゆるまないようにひもをかけた。このとき、次の問いに答えなさい。

ステップ 4

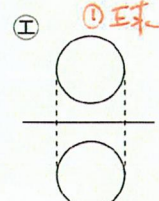
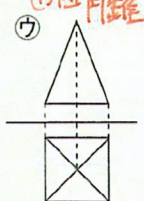
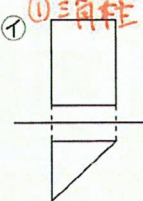
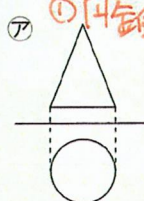
- 図2の展開図で、おうぎ形の中心角の大きさを求めなさい。
- ひもが通ったあとを、図2に書き入れなさい。
- ひもの長さは何cmになるか。



- 13 右の㉗～㉙の投影図で表される立体について、次の問いに答えなさい。

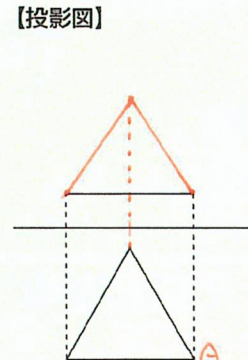
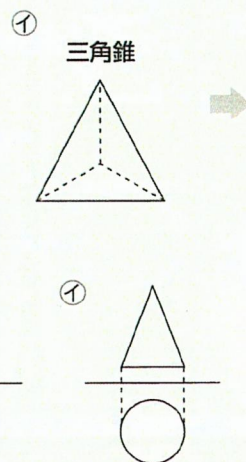
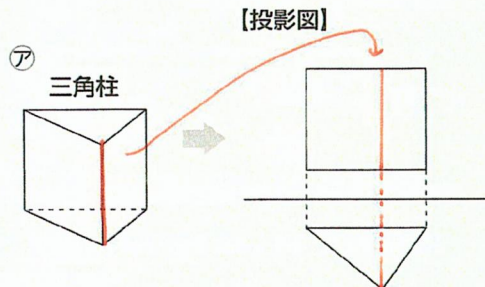
ステップ 5

- ㉗～㉙の立体の名前をそれぞれ答えなさい。
- 側面の形が長方形である立体を選び、記号で答えなさい。



- 14 次のように、㉗、㉘の立体を投影図で表そうとした。不足している線を補って、投影図を完成させなさい。

ステップ 5



- 15 右の㉗、㉘の投影図で表される立体の見取図をかきなさい。

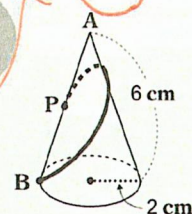
㉗ (直方体) ㉘ (円錐)



応用問題

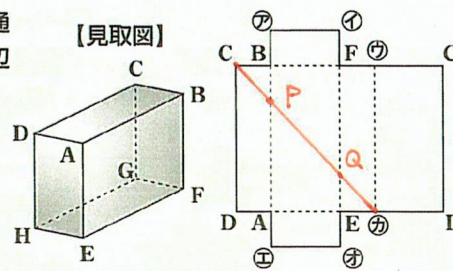
さあ、チャレンジしてみよう！あきらめずに最後までトライ！

- 1 右の図の円錐で、点Pは母線ABの中点である。この円錐に、点Bから側面にそって、点Pまでゆるまないようにひもをかけた。実際に展開図をかいて、ひもの通ったあとを作図しなさい。

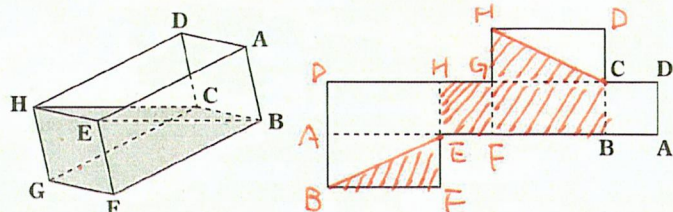


- 2 右の図は、直方体の見取図と展開図である。この直方体の辺AB、EF上を通過して、長さが最も短くなるように、点Cから点Hに糸をはる。このとき、辺AB、EF上を糸が通る点をそれぞれP、Qとして、次の問いに答えなさい。

- 展開図の㉗～㉙にあてはまる記号を、A～Hより選びなさい。
- 糸をはったあとを展開図にかき入れ、点P、Qの位置を示しなさい。



- 3 右の図のように、水の入っている直方体を傾けた。このとき、水にふれている部分を、右の展開図に斜線で表しなさい。



*展開図に、頂点のアルファベットを記入しながらかきなさい。

*水のふく部分、△HGC、△BEF、HEGF、GFBCを塗る。これが答え。

1つ1つていねいによく考えよう。定期テストによく出る単元だよ。

4. 立体の表面積と体積

ステップ 1 角柱・円柱の表面積

立体の1つの底面の面積を**底面積**、側面全体の面積を**側面積**、
立体の表面全体の面積を**表面積**という。

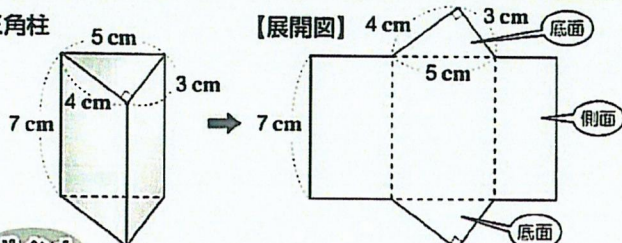
基本パターン ①

▼ 次の図の立体の表面積を求めなさい。

ポイント

角柱・円柱の表面積 = 側面積 + 底面積 × 2

1) 三角柱



ポイント

角柱・円柱の側面となる長方形

縦の長さ = 立体の高さ 横の長さ = 底面の周の長さ

• 底面積 = $\frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$ (cm²)

三角柱の高さのこと

• 側面となる長方形の縦の長さは 7 cm

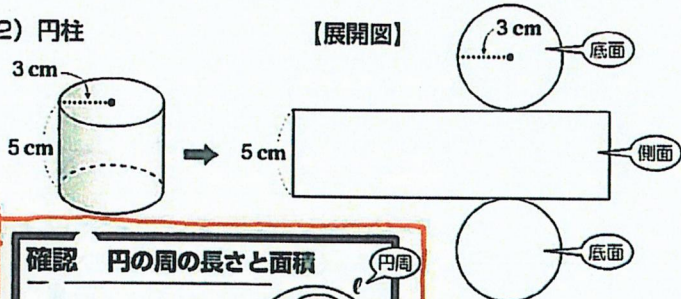
横の長さは、3 + 4 + 5 = 12 (cm) だから、

側面積 = 7 × 12 = 84 (cm²)

底面の周の長さのこと

• 表面積 = 84 + 6 × 2 = 96 (cm²)

2) 円柱



確認 円の周の長さ

円周 $\ell = 2\pi r$

面積 $S = \pi r^2$

• 底面積 = $\pi \times 3^2 = 9\pi$ (cm²)

半径

• 側面となる長方形の縦の長さは 5 cm

横の長さは、 $2\pi \times 3 = 6\pi$ (cm) だから、

側面積 = 5 × 6π = 30π (cm²)

底面の周の長さのこと

• 表面積 = 30π + 9π × 2 = 48π (cm²)

トライ ①

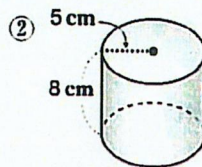
右の図の角柱・円柱の表面積を求めなさい。

底面積: $5 \times 4 = 20$

側面積: $6 \times (5 + 4) \times 2 = 108$
横の長さ

表面積

$108 + 20 \times 2 = 148$ cm²



表面積

$80\pi + 25\pi \times 2 = 130\pi$ cm²

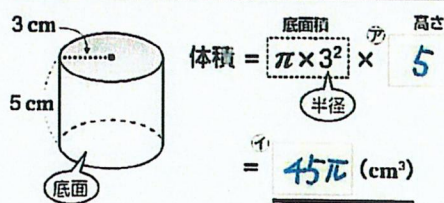
底面積: $\pi \times 5^2 = 25\pi$

側面積: $8 \times 2\pi \times 5 = 80\pi$
横の長さ

ステップ 2 角柱・円柱の体積

基本パターン ②

▼ 下の図の円柱の体積を求めなさい。

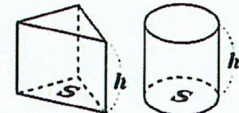


体積 = $\pi \times 3^2 \times 5 = 45\pi$ (cm³)

ポイント

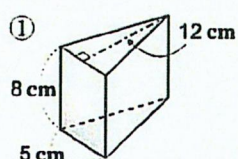
角柱・円柱の体積 = 底面積 × 高さ

角柱・円柱の底面積を S 、高さを h 、
体積を V とすると、 $V = Sh$

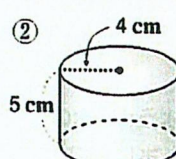


トライ ②

下の図の角柱・円柱の体積を求めなさい。



$5 \times 12 \times \frac{1}{2} \times 8 = 240$ cm³



$\pi \times 4^2 \times 5 = 80\pi$ cm³

答え 基本 ① 6 ② 84 ③ 96 ④ 9π ⑤ 30π
⑥ 48π 基本 ② ⑦ 5 ⑧ 45π

計算まちがい。もしないように気をつけましょう。

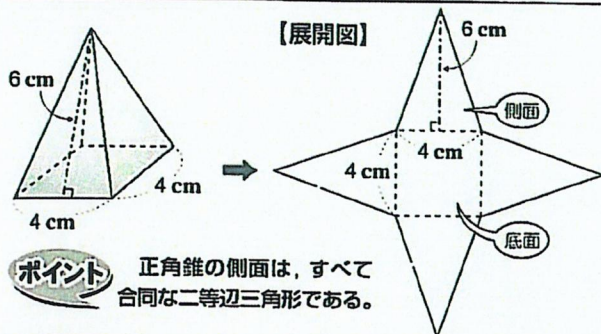
ステップ 3 角錐・円錐の表面積

ポイント

角錐・円錐の表面積 = 側面積 + 底面積

基本パターン 3 角錐の表面積

▼ 下の図の正四角錐の表面積を求めなさい。



ポイント 正角錐の側面は、すべて合同な二等辺三角形である。

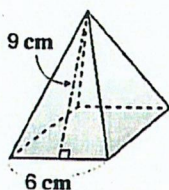
• 底面積 = $4 \times 4 = 16$ (cm²)

• 側面積 = $\frac{1}{2} \times 4 \times 6 \times 4 = 48$ (cm²)

• 表面積 = $48 + 16 = 64$ (cm²)

トライ 3

右の図の正四角錐の表面積を求めなさい。



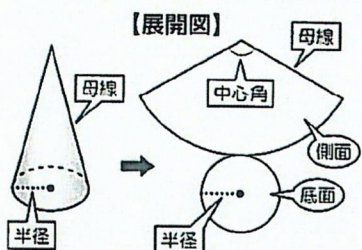
底面積 = $6 \times 6 = 36$

側面積 = $6 \times 9 \times \frac{1}{2} \times 4 = 108$

表面積 = $108 + 36 = 144$ cm²

基本学習

▼ p.142 で学習した 半径 = 母線 $\times \frac{\text{中心角}}{360^\circ}$ の関係を使って、円錐についてもっと調べてみよう。



• 中心角を楽に求める方法を見つけよう。

母線 $\times \frac{\text{中心角}}{360^\circ} = \text{半径}$

中心角 = $\frac{\text{半径}}{\text{母線}} \times 360^\circ$

中心角 = $360^\circ \times \frac{\text{半径}}{\text{母線}}$

• 側面のおうぎ形の面積を楽に求める方法を見つけよう。

側面積 = $\pi \times \text{母線}^2 \times \frac{\text{中心角}}{360^\circ}$

= $\pi \times \text{母線} \times \text{母線} \times \frac{\text{中心角}}{360^\circ}$

側面積 = $\pi \times \text{母線} \times \text{半径}$

確認 おうぎ形の面積

$S = \pi r^2 \times \frac{x}{360}$



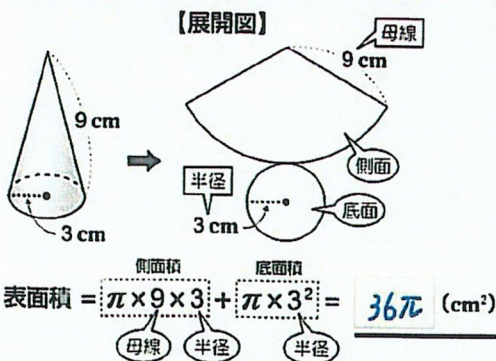
円錐の中心角と側面積

中心角 = $360^\circ \times \frac{\text{半径}}{\text{母線}}$

側面積 = $\pi \times \text{母線} \times \text{半径}$

基本パターン 4 円錐の表面積

▼ 下の図の円錐の表面積を求めなさい。



表面積 = $\pi \times 9 \times 3 + \pi \times 3^2 = 36\pi$ (cm²)

トライ 4

右の図の円錐について、次の問いに答えなさい。

① 側面となるおうぎ形の中心角は何度か。

$360 \times \frac{2}{8} = 90^\circ$

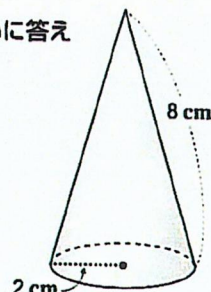
② 側面積を求めなさい。

$\pi \times 8 \times 2 = 16\pi$ cm²

③ 表面積を求めなさい。

底面積 = $\pi \times 2^2 = 4\pi$

$16\pi + 4\pi = 20\pi$ cm²



答え

基本3 ① 16 ② 48 ③ 64

基本学習 ① 360 ② 半径

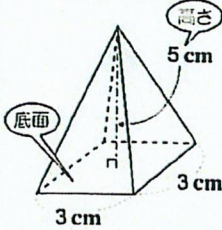
基本4 36π

ステップ 4 角錐・円錐の体積

基本パターン (5)

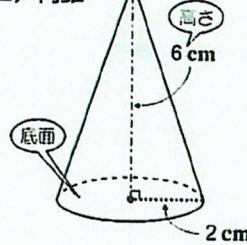
▼ 次の図の立体の体積を求めなさい。

1) 正四角錐

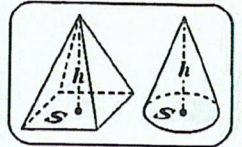


体積 = $\frac{1}{3} \times \text{底面積} \times \text{高さ}$
 $= \frac{1}{3} \times 3^2 \times 5$
 $= 15 \text{ (cm}^3\text{)}$

2) 円錐



体積 = $\frac{1}{3} \times \text{底面積} \times \text{高さ}$
 $= \frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 6$
 $= 8\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

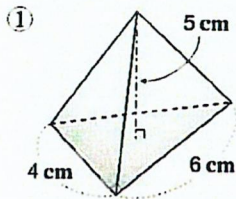


角錐・円錐の体積 = $\frac{1}{3} \times \text{底面積} \times \text{高さ}$

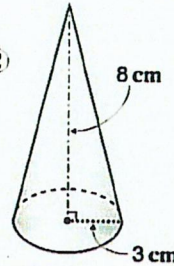
角錐・円錐の底面積を S 、高さを h 、体積を V とすると、 $V = \frac{1}{3} Sh$

トライ (5)

下の図の角錐・円錐の体積を求めなさい。



$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 4 \times 6 \times 5 = 20 \text{ cm}^3$

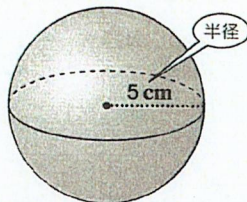


$\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 8 = 24\pi \text{ cm}^3$

ステップ 5 球の表面積と体積

基本パターン (6)

▼ 下の図の球の表面積と体積を求めなさい。



● 表面積 = $4\pi \times 5^2 = 100\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

● 体積 = $\frac{4}{3}\pi \times 5^3 = \frac{500}{3}\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

ワザあり!

球の公式の覚え方

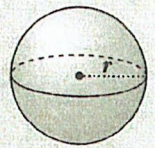
・表面積 ... 心配のある事情
 $4\pi r^2$

・体積 ... 身の上に心配ある参上
 $\frac{4}{3}\pi r^3$

ポイント

球の半径を r 、その表面積を S 、体積を V とすると、

$S = 4\pi r^2$ $V = \frac{4}{3}\pi r^3$



トライ (6)

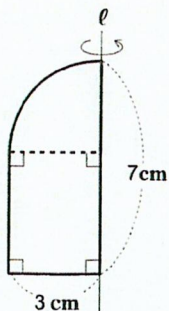
半径 3 cm の球の表面積と体積を求めなさい。

表面積 = $4\pi \times 3^2$
 $= 36\pi$
 体積 = $\frac{4}{3}\pi \times 3^3$
 $= 36\pi$

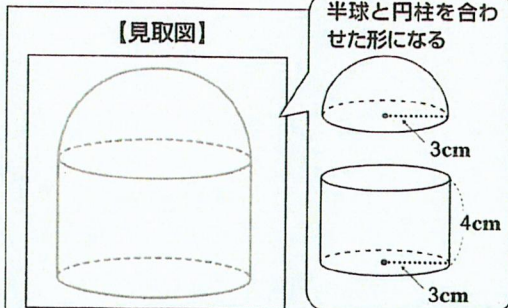
ステップ 6 いろいろな立体の体積

発展学習

▼ 下の図のような平面図形を、直線 l を軸として 1 回転させてできる立体について、見取図をかいてみよう。



【見取図】



半球と円柱を合わせた形になる

トライ (7)

左の発展学習でできた立体の体積を求めなさい。

体積 = 半球 + 円柱
 $= \left(\frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi \times 3^3\right) + (\pi \times 3^2 \times 7)$
 $= 18\pi + 63\pi = 81\pi$

答え

基本5 ⑦ 5 ⑧ 15 ⑨ 6 ⑩ 8π

基本6 ⑪ 100π ⑫ $\frac{500}{3}\pi$

定期テスト前に必ず復習せよ！

練習問題



たくさん解いて、解き方を工夫したり、問題に慣れよう！

1

次の図の角柱・円柱の表面積を求めなさい。基本1

- ① 142 cm^2
- ② 300 cm^2
- ③ $88\pi \text{ cm}^2$
- ④ $500\pi \text{ cm}^2$
- ⑤ 156 cm^2
- ⑥ 204 cm^2
- ⑦ $50\pi \text{ cm}^2$
- ⑧ 208 cm^2
(底面はひし形)

2

次の図の角柱・円柱の体積を求めなさい。基本2

- ① 180 cm^3
- ② 192 cm^3
- ③ $160\pi \text{ cm}^3$
- ④ $288\pi \text{ cm}^3$
- ⑤ 168 cm^3
- ⑥ 150 cm^3
- ⑦ 180 cm^3
- ⑧ $180\pi \text{ cm}^3$

3

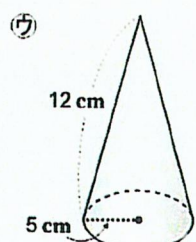
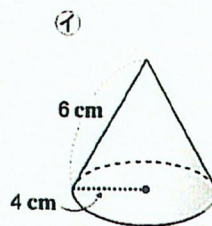
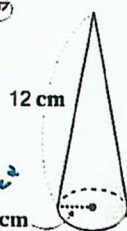
次の図の角錐の表面積を求めなさい。基本3

- ① 105 cm^2
- ② 384 cm^2
- ③ 39 cm^2
- ④ 339 cm^2

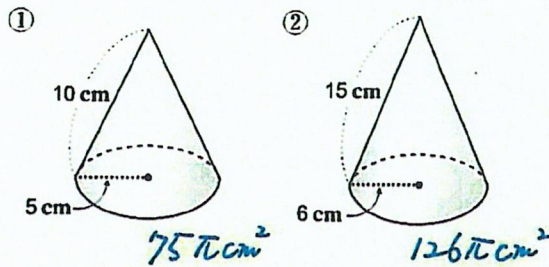
4

右の図の円錐 ㉑, ㉒, ㉓ について、次の問いにそれぞれ答えなさい。基本4

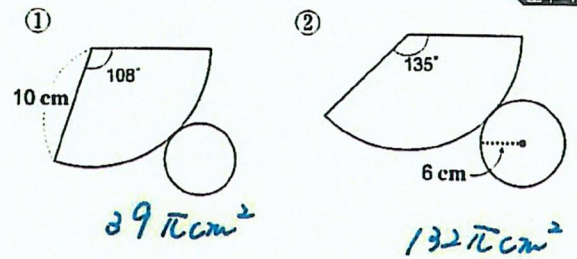
- ① 側面となるおうぎ形の中心角は何度か。
㉑ 60° ㉒ 120° ㉓ 150°
- ② 側面積を求めなさい。
㉑ $24\pi \text{ cm}^2$ ㉒ $24\pi \text{ cm}^2$ ㉓ $60\pi \text{ cm}^2$
- ③ 表面積を求めなさい。
㉑ $28\pi \text{ cm}^2$ ㉒ $40\pi \text{ cm}^2$ ㉓ $85\pi \text{ cm}^2$



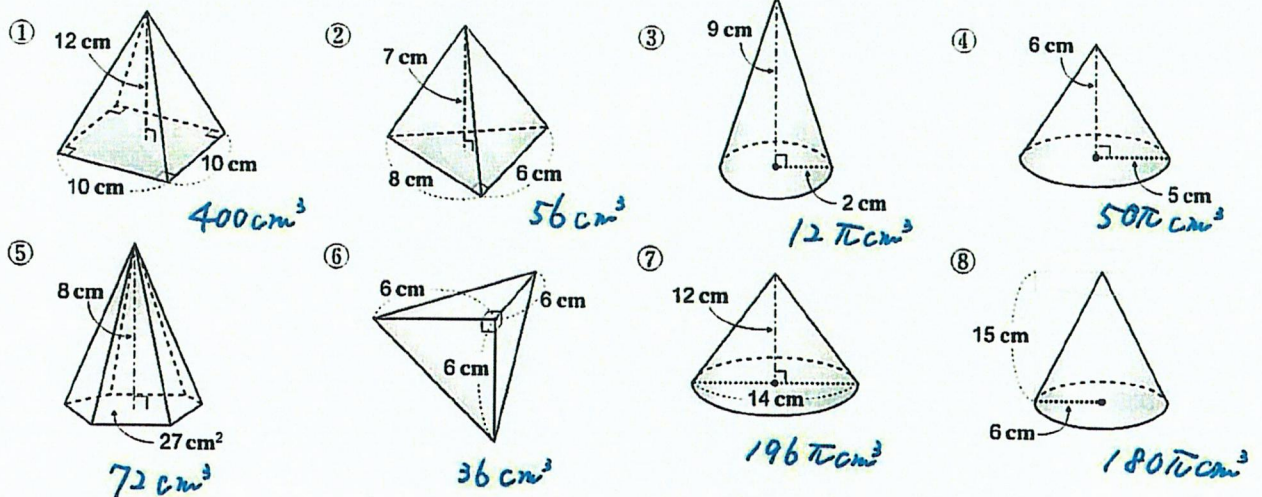
5 次の図の円錐の表面積を求めなさい。 基本4



6 次の展開図で表される円錐の表面積を求めなさい。 基本4

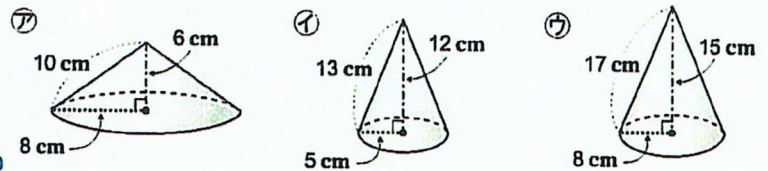


7 次の図の角錐・円錐の体積を求めなさい。 基本5



8 右の図の円錐⑦, ④, ⑤について, 次の問いに答えなさい。 ステップ3 4

- ① 表面積をそれぞれ求めなさい。
 ⑦ $144\pi\text{cm}^2$ ④ $90\pi\text{cm}^2$ ⑤ $200\pi\text{cm}^2$
- ② 体積をそれぞれ求めなさい。
 ⑦ $128\pi\text{cm}^3$ ④ $100\pi\text{cm}^3$ ⑤ $320\pi\text{cm}^3$

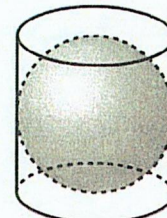


9 半径が次のような球の表面積と体積を求めなさい。 基本6

- ① 半径が 2 cm の球 $(表) 16\pi, (体) \frac{32}{3}\pi$
- ② 半径が 4 cm の球 $(表) 64\pi, (体) \frac{256}{3}\pi$
- ③ 半径が 6 cm の球 $(表) 144\pi, (体) 288\pi$
- ④ 半径が 8 cm の球 $(表) 256\pi, (体) \frac{2048}{3}\pi$
- ⑤ 半径が 9 cm の球 $(表) 324\pi, (体) 972\pi$
- ⑥ 半径が 12 cm の球 $(表) 576\pi, (体) 2304\pi$

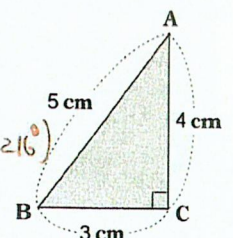
10 半径 10 cm の球と, その球がちょうど入る大きさの円柱がある。このとき, 次の問いに答えなさい。 ステップ5

- ① 球の体積は, 円柱の体積の何倍か。
 球 $= \frac{4000}{3}\pi\text{cm}^3$, 円柱 $= 2000\pi\text{cm}^3$ より, $\frac{4000}{3}\pi \div 2000\pi = \frac{2}{3}$ 倍
- ② 球の表面積と円柱の側面積を比べなさい。
 球 $= 400\pi$, 円柱 $= 400\pi$ より, 等しい

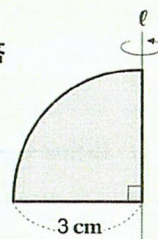


11 右の図のような直角三角形 ABC について, 次の問いに答えなさい。 ステップ6

- ① 辺 AC を軸として 1 回転させてできる立体の体積と表面積をそれぞれ求めなさい。
 (体) $= 12\pi$, (表) $= 24\pi$, (側面積は 15π , 展開図の中心角は 216°)
- ② 辺 BC を軸として 1 回転させてできる立体の体積と表面積をそれぞれ求めなさい。
 (体) $= 16\pi$, (表) $= 36\pi$ (側面積は 20π , 展開図の中心角は 288°)



- 12 右の図のような平面図形を、直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体について、次の問いに答えなさい。 **ステップ 6**



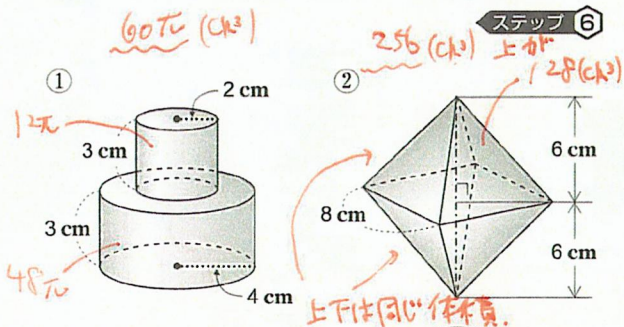
- ① この立体の見取図をかき、どんな立体ができるか答えなさい。
② 立体の体積を求めなさい。
③ 立体の表面積を求めなさい。

① 半球

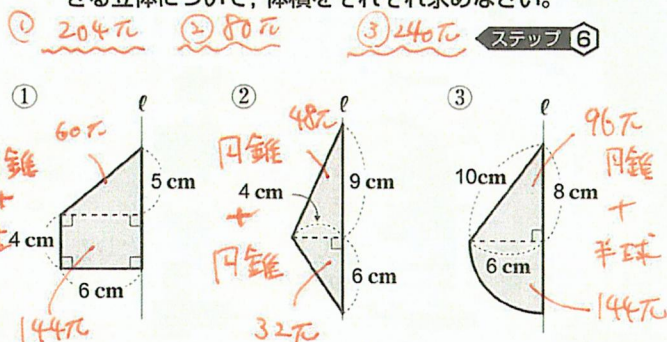
$18\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

$27\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

- 13 次の図のように、円柱や正四角錐を組み合わせてできる立体について、体積をそれぞれ求めなさい。



- 14 次の平面図形を、直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体について、体積をそれぞれ求めなさい。

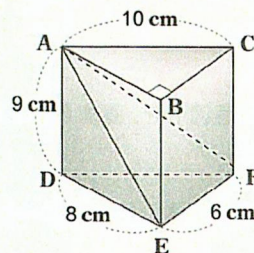


応用問題



さあ、チャレンジしてみよう！あきらめずに最後までトライ！

- 1 右の図の三角柱で、底面の $\triangle ABC$ は $\angle B = 90^\circ$ の直角三角形である。このとき、次の問いに答えなさい。



- ① 辺 AB とねじれの位置にある辺は何本あるか。
② この三角柱の体積を求めなさい。
③ 点 A, D, E, F を頂点とする三角錐 A-DEF の体積を求めなさい。

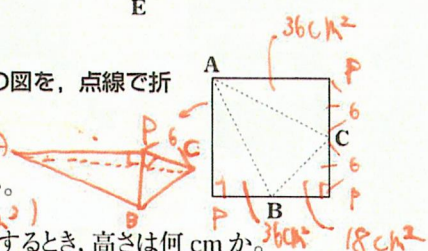
$72 \text{ (cm}^3\text{)}$

- 2 右の図は、1 辺が 12 cm の正方形で、点 B, C はそれぞれの辺の中点である。この図を、点線で折って組み立てると三角錐ができる。このとき、次の問いに答えなさい。

- ① この三角錐の表面積を求めなさい。
② この三角錐の体積を求めなさい。

- ③ $\triangle ABC$ の面積を求めなさい。

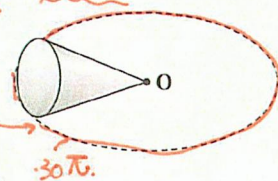
- ④ この三角錐の底面を $\triangle ABC$ とするとき、高さは何 cm か。



- 3 右の図のように、底面の半径が 6 cm の円錐を、頂点 O を中心として、すべらないように平面の上をころがすと、円錐はちょうど 2 回半回転してもとの位置にもどった。このとき、次の問いに答えなさい。

- ① この円錐の母線の長さを求めなさい。
② この円錐の表面積を求めなさい。

$30\pi = 2 \times \pi \times r \times l, l = 15 \text{ cm}$ $26\pi \text{ (cm}^2\text{)}$ $(底: 36\pi, 側面: 90\pi)$



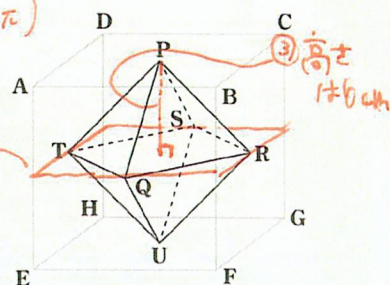
- 4 右の図のように、1 辺 12 cm の立方体の各面の対角線の交点を結んで立体をつくった。このとき、次の問いに答えなさい。

- ① この立体の名前を答えなさい。
② 正方形 QRST の面積を求めなさい。

- ③ この立体の体積を求めなさい。

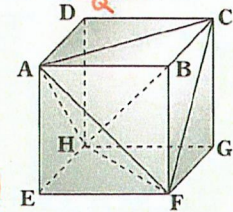
- ④ 正方形 QRST の面積を求めなさい。

$144 \div 2 = 72 \text{ (cm}^2\text{)}$



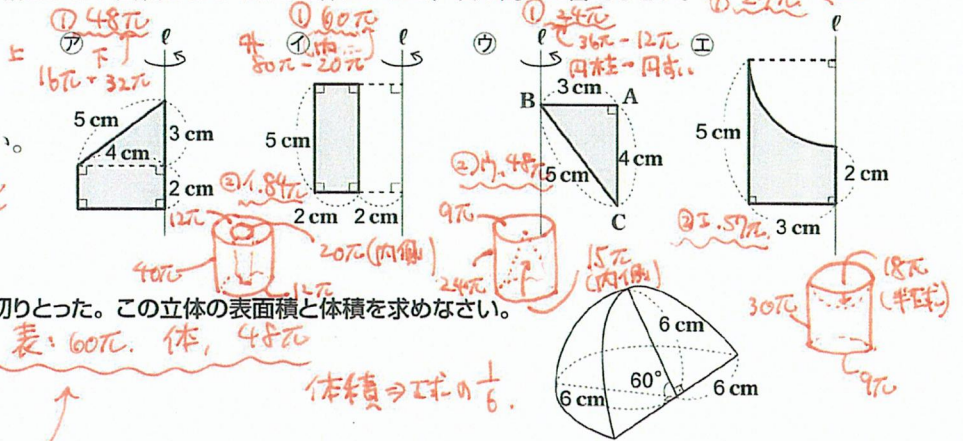
- 5 右の図のように、1 辺の長さが 6 cm の立方体がある。4 点 A, C, F, H を頂点とする立体の体積を求めなさい。

$72 \text{ (cm}^3\text{)}$
立方体 - (4 - ABC + 4 - AEF + 4 - CGF + 4 - AHC)
 $216 \text{ cm}^3 - 36 \text{ cm}^3 - 36 \text{ cm}^3 - 36 \text{ cm}^3 - 36 \text{ cm}^3 = 72 \text{ cm}^3$

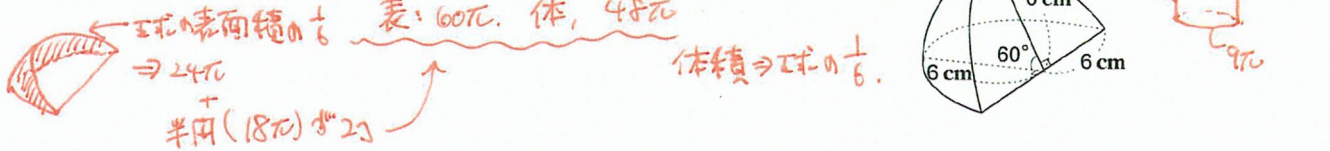


- 6 右の平面図形の①～④を、直線 l を軸として 1 回転させてできる立体について、次の問いに答えなさい。

- ① 体積をそれぞれ求めなさい。
② 表面積をそれぞれ求めなさい。

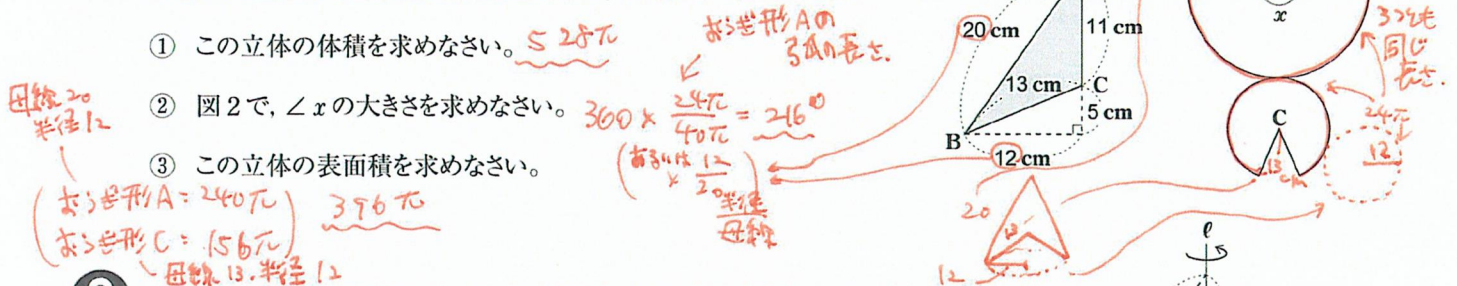


- 7 半径 6 cm の球を右の図のように切りとった。この立体の表面積と体積を求めなさい。



- 8 右の図 1 の $\triangle ABC$ を、辺 AC を軸として 1 回転させて立体をつくった。図 2 は、この立体の展開図である。このとき、次の問いに答えなさい。

- ① この立体の体積を求めなさい。
② 図 2 で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。
③ この立体の表面積を求めなさい。



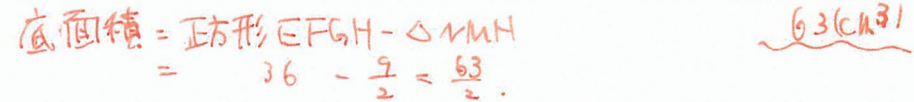
- 9 右の平面図形を、直線 l を軸として 1 回転させてできる立体について、次の問いに答えなさい。

- ① この立体の体積を求めなさい。
② この立体の表面積を求めなさい。

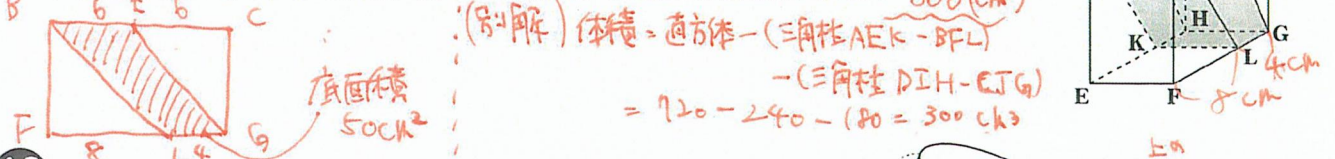


- 10 右の図は、1 辺が 6 cm の立方体で、点 M , N はそれぞれ辺 GH , HE の中点である。このとき、次の問いに答えなさい。

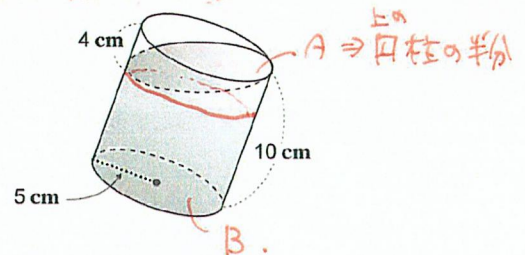
- ① 点 B , E , F , G を結んでできる三角錐 $B-EFG$ の体積を求めなさい。
② 点 B , E , F , G , M , N を結んでできる五角錐 $B-EFGMN$ の体積を求めなさい。



- 11 右の図の直方体で、 I , J はそれぞれ辺 AD , BC の中点、 K , L はそれぞれ辺 EH , FG 上の点で、 $EK=2KH$, $FL=2LG$ である。 $AB=6$ cm, $AD=12$ cm, $AE=10$ cm のとき、 A , B , J , I , K , L , G , H を頂点とする立体の体積を求めなさい。



- 12 底面の半径が 5 cm、高さが 10 cm の円柱の容器に水を入れ、少し傾けたところ、右の図ようになった。このとき、容器に入れた水の体積を求めなさい。



☆ 立体の切断

ジャンプ

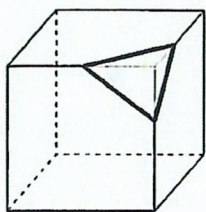
1

立方体の切断

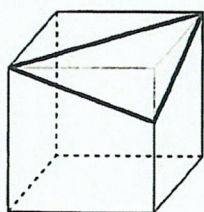
立方体を平面で切るとき、切り方によって、その切り口はいろいろな形になる。

ポイント

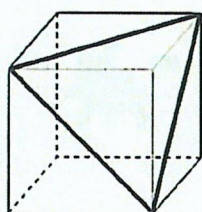
立方体の切断による切り口の形（●印は、各辺の中点を表す。）



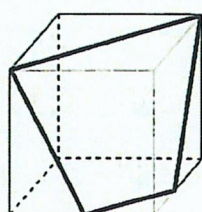
三角形



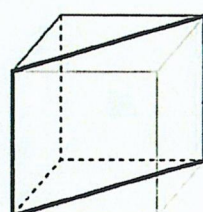
二等辺三角形



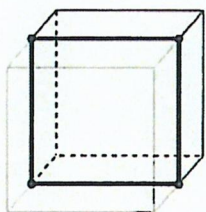
正三角形



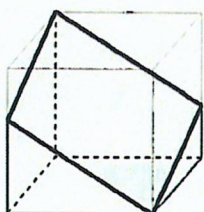
台形



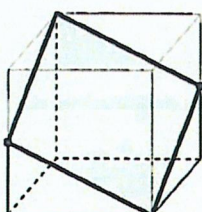
長方形



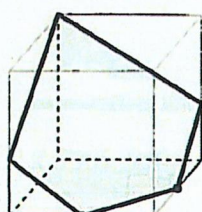
正方形



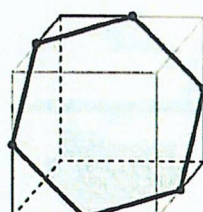
平行四辺形



ひし形



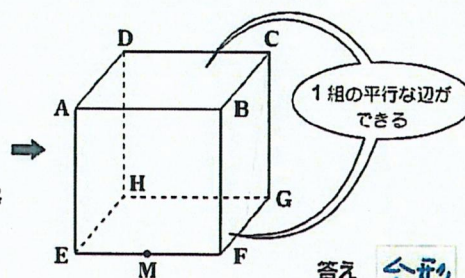
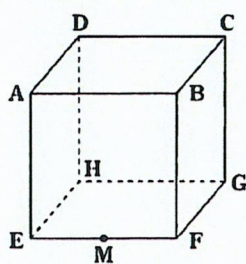
五角形



正六角形

発展パターン 1

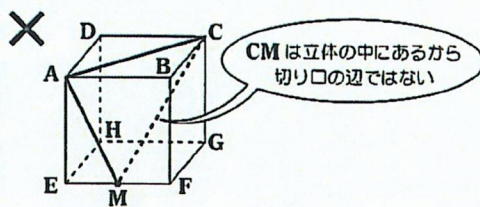
▼ 下の図の立方体を、頂点A、Cと辺EFの中点Mの3点を通る平面で切るとき、その切り口はどんな形になるか。切り口の線をかき入れて、その名前を答えなさい。



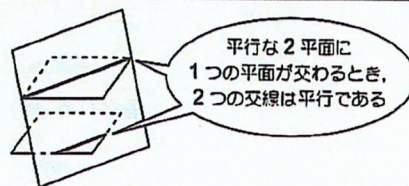
答え **台形**

注意

切り口の辺は立体の中にはできない！



切り口の辺は、必ず立体の面上にできる。



トライ 1

右の図の立方体を、次の①～⑥を通る平面で切ったとき、その切り口はどんな形になるか、それぞれ名前を答えなさい。

① 頂点A、C、Fを通る平面

正三角形

② 頂点A、C、Eを通る平面

長方形

③ 頂点A、Cと辺BFの中点

二等辺三角形

④ 頂点Dと辺EF、FGの中点

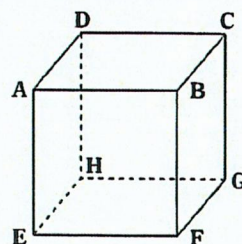
五角形

⑤ 辺ABの中点と頂点E、G

台形

⑥ 辺AD、AE、CDの中点

正六角形



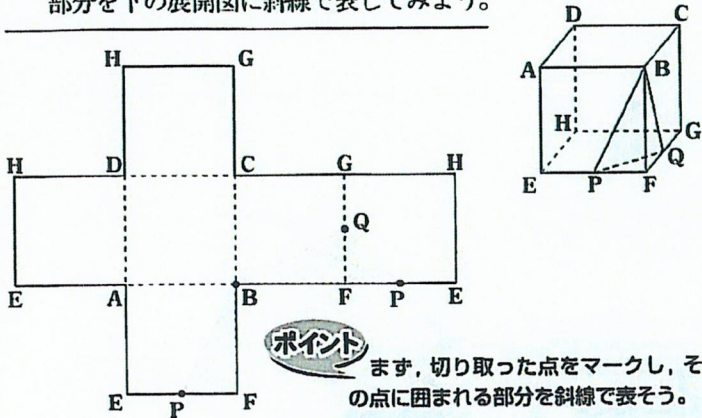
答え

発展 台形

ジャンプ 2 立体の切断と展開図

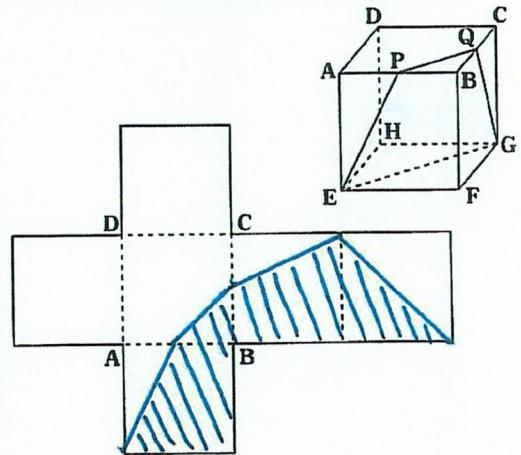
発展学習

▼ 右下の図のように、立方体を頂点Bと辺EF, FGの中点P, Qを通る平面で、三角錐を切り取った。このとき、切り取った部分を下の展開図に斜線で表してみよう。



トライ 2

右下の図のように、立方体を辺AB, BCの中点P, Qと頂点E, Gを通る平面で、手前の立体を切り取った。このとき、切り取った部分を、下の展開図に斜線で表しなさい。



ジャンプ 練習問題

発展内容へジャンプ!

1

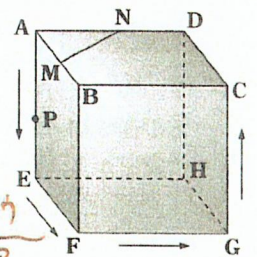
右の図の立方体について、次の問いに答えなさい。 発展1

- ① 点M, Nは、それぞれ辺AB, ADの中点である。また、点Pは辺AE, EF, FG, GC上を、頂点AからCまで動く点である。線分MNと点Pを通る平面でこの立方体を切ったとき、切り口の図形が現れる順序に、次の㊦～㊦を並べかえなさい。

㊦ 三角形 ㊦ 四角形 ㊦ 五角形 ㊦ 六角形

- ② この立方体を、点Bを通る平面で切るとき、その切り口が正三角形になる切り方は何通りあるか。

3通り (B, E, G じつちる, B, E, D じつちる, B, D, G じつちる)



2

右の図1のような立方体を、辺AB, BC, BFの中点を通る平面で、手前の立体を切り取った。このとき、切り取った部分を、図2の展開図に斜線で表しなさい。 ジャンプ 2

図1

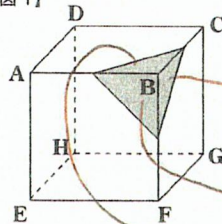
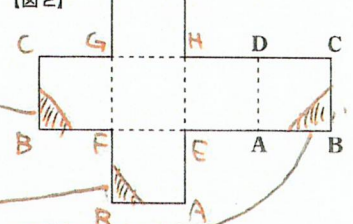


図2



3

右の図1のような立方体を、頂点A, Gと辺AB, BFの中点を通る平面で、手前の立体を切り取った。このとき、切り取った部分を、図2の展開図に斜線で表しなさい。 ジャンプ 2

図1

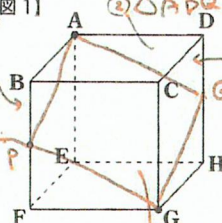
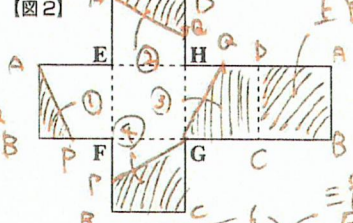


図2



4

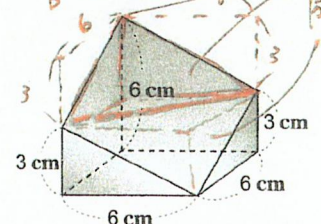
右の図は、1辺6cmの立方体を1つの平面で切ったときにできる立体の1つである。このとき、次の問いに答えなさい。 ジャンプ 1

- ① 切り口の形の名前を答えなさい。

正六角形

- ② この立体の体積を求めなさい。

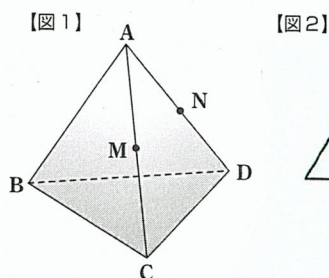
立方体の半分は108cm³になる。 (四角形の1辺は、全2.3cm, 6cmの直角三角形の斜辺)





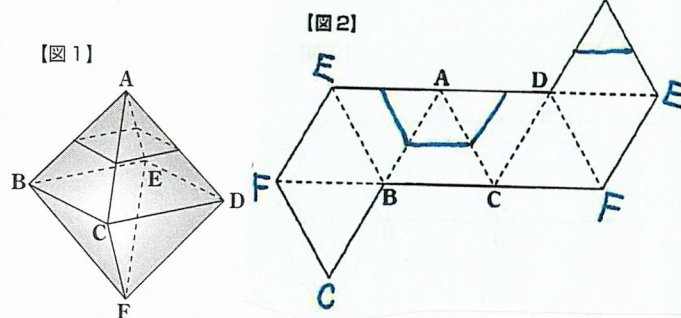
- ① 右の図1の正四面体を、頂点B、辺ACの中点M、辺ADの中点Nの3点を通る平面で切り取った。このとき、次の問いに答えなさい。

- ① 切り口の形の名前を答えなさい。
二等辺三角形
② 切り口の線分を、図2の展開図にかき入れなさい。



- ② 右の図1の正八面体について、次の問いに答えなさい。

- ① 図2は、この正八面体の展開図を表している。図2に残りの頂点をかき入れなさい。
② 正八面体を、辺AB, AC, AD, AEの中点を通る平面で切り取るとき、その切り口の線分を、図2にかき入れなさい。



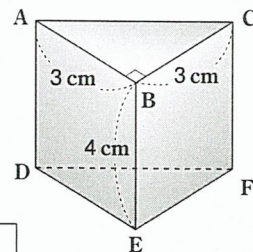
- ③ 右の図のような三角柱を、辺ACをふくむ平面で切り取って、2つの立体に分ける。このとき、次の問いに答えなさい。

- ① 切り口の形は、正三角形の他にどんな形が考えられるか。次の㊦～㊨より2つ選びなさい。

㊦ 直角三角形 ㊧ 二等辺三角形 ㊨ ひし形 ㊩ 台形 ㊪ 長方形

- ② 切り口が正三角形になるとき、点Bを含む立体の体積は、もとの三角柱の体積の何倍か。

$\frac{1}{4}$ 倍

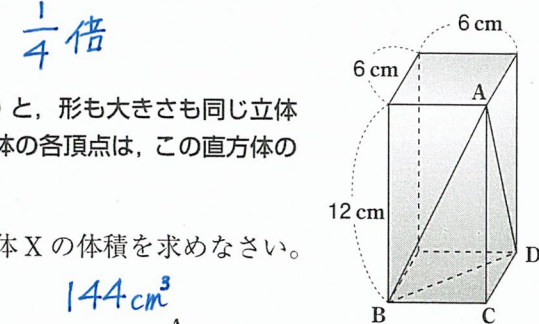


- ④ 右の図の直方体から、頂点A, B, C, Dでできた三角錐A-BCDと、形も大きさも同じ立体を最も多く切り取り、残った立体をXとする。ただし、切り取る立体の各頂点は、この直方体の頂点と重なるものとする。このとき、次の問いに答えなさい。

- ① 三角錐A-BCDをふくめて、三角錐A-BCDと形も大きさも同じ立体を何個切り取ったか。
② 立体Xの体積を求めなさい。

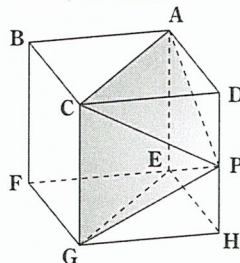
4個

144 cm^3



- ⑤ 右の図は、1辺6 cmの立方体で、Pは辺DH上の点である。このとき、四角錐P-ACGEの体積を求めなさい。

72 cm^3



- ⑥ 右の図1は、1辺6 cmの立方体である。また、辺ABを3等分する点をP, Q、辺CDを3等分する点をR, Sとする。図2のように、この立方体を2平面PEHS, QFGRで切り取ってできる立体について、次の問いに答えなさい。

- ① この立体の体積を求めなさい。
② この立体を、3点S, R, Eを通る平面で切り取るとき、点Gを含む方の立体の体積を求めなさい。

84 cm^3

