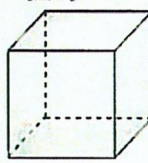


VI 空間図形

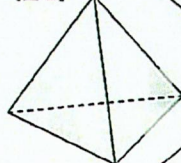


右の図1は立方体で、6つの面がすべて合同な正方形で囲まれている。また、図2の立体は、4つの面がすべて合同な正三角形で囲まれている。このように、すべての面が合同な正多角形だけで囲まれた立体は他にもあるのだろうか。

【図1】



【図2】

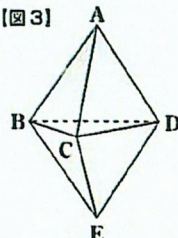


右の図3、図4は、ともに合同な正三角形だけで囲まれた立体である。この2つの立体について、すべての面の数と、1つの頂点に集まる面の数を調べてみよう。

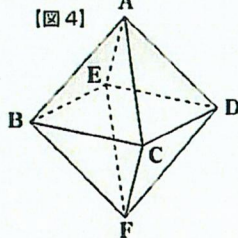
	【図3】	【図4】
すべての面の数 ^ア	6	8
1つの頂点に集まる面の数	?	^イ 4

頂点Aに集まっている面の数は3つだが、頂点Cに集まっている面の数は4つである

【図3】



【図4】



では、図1、2、4のように、すべての面が合同な正多角形だけで囲まれ、さらに、どの頂点に集まる面の数も同じである立体は他にもあるのだろうか。

確認 第V章 平面図形で学習した、正多角形

三角形、四角形…のように、線分だけで囲まれた図形を ^ア **多角形** という。また、すべての辺の長さ
と角の大きさが等しい多角形を ^イ **正多角形** という。

これから学習する、新しい図形の考え方！

図1～4のように、平面だけで囲まれた立体を ^{たのんたい} **多面体** という。

多面体のうち、図1、2、4のように、すべての面が合同な正多角形で、どの頂点に集まる面の数も同じであり、へこみのないものを **正多面体** という。つまり、図3の立体は正多面体ではないことになる。

ここでは、いろいろな立体について学習していこう。

1. いろいろな立体

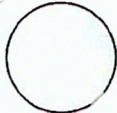
ステップ ① 多面体

多面体は、その面の数によって、四面体、五面体、…などという。

基本パターン ①

▼ 下の①～④の立体について、後の問いに記号で答えなさい。

①



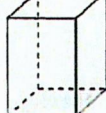
②



③



④



1) 多面体はどれか。

⇒ 答え ^ア **b** , ^イ **d**

平面だけで囲まれた立体

2) 曲面だけで囲まれている立体はどれか。

⇒ 答え ^ウ **a**

3) 六面体はどれか。

⇒ 答え ^エ **d**

4) 辺が8本あるものはどれか。

⇒ 答え ^オ **b**

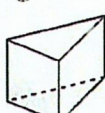
ドライ ①

下の①～④の立体について、後の問いに答えなさい。

①



②



③



④



① 多面体ではない立体はどれか。 **ウ**

② 頂点が4つあるものはどれか。 **ア**

③ 五面体はどれか。 **イ**

④ 辺が9本あるものはどれか。 **イ、エ**

答え ① わかるかな? ア 6 イ 4 ② 確認 ア 多角形 イ 正多角形

基本 ① ア イ b, d (順不同) ウ a エ d オ b

ステップ 2 正多面体

正多面体は、次の5種類だけである。

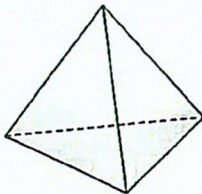
このページの「参考」参照

ポイント

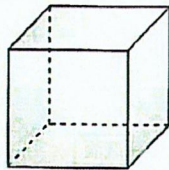
正多面体の性質

多面体のうち、右のような性質をもち、へこみのないものを正多面体という。

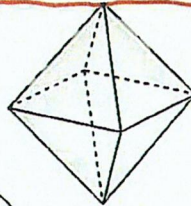
- ① すべての面が合同な正多角形である。
- ② どの頂点にも、同じ数だけ面が集まっている。



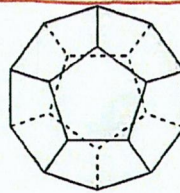
【正四面体】



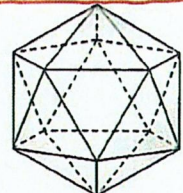
【正六面体】



【正八面体】



【正十二面体】



【正二十面体】

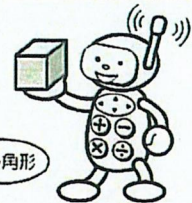
立万体のこと

基本学習

▽ 上の図の5種類の正多面体で、その特徴についていろいろ調べてみよう。

1) 次の表を完成させなさい。

	正四面体	正六面体	正八面体	正十二面体	正二十面体
面の形	正三角形	正六面体	正三角形	正五面体	正三角形
面の数	4	6	8	12	20
頂点の数	4	8	6	20	12
辺の数	6	12	12	30	30
1つの頂点に集まる面の数	3	3	4	3	5



正多角形

正△面体の名前からもわかる

面の数と頂点の関係があるのだろうか？

2) 面、頂点、辺の数を調べるのは大変であるが、次のように考えると覚えやすい。

	正四面体	正六面体	正八面体	正十二面体	正二十面体
面の数	4	6	8	12	20
頂点の数	4	8	6	20	12
辺の数	6	12	12	30	30

正△面体のこと

ワザあり 正多面体の辺の数の解法テクニック

(辺の数) = (面の数) + (頂点の数) - 2
これをオイラーの定理という。

トライ 2

基本学習を参考にして、正多面体について、次の問いに答えなさい。

① 面の形が正三角形である正多面体はいくつあるか。

3

② 正六面体の頂点の数はいくつか。

8

③ 正十二面体の辺の数はいくつか。

30

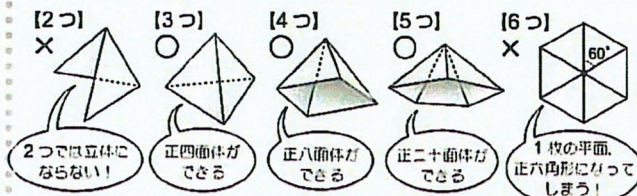
④ 1つの頂点に集まる面の数が3つである正多面体をすべて答えなさい。

正四面体、正六面体

正十二面体

参考 正多面体は5種類だけ！

正三角形を組み合わせて正多面体をつくるとき、1つの頂点に、正三角形をいくつ集めることができるだろうか。



1つの頂点のまわりに360°の角が集まると、1枚の平面になってしまい、立体とならない。

- 【正多面体となるための条件】
- ① 1つの頂点に集まる面の数は3つ以上。
 - ② 1つの頂点に集まる角度の和は360°未満。

同じように、正方形、正五角形、…についても考えてみよう。

答え

基本学習

ア 正方形 イ 正三角形 ウ 正五角形 エ 正六角形

オ 4 カ 8 キ 12 ク 4 ケ 8 コ 6 サ 12 シ 6 ス 12 セ 30

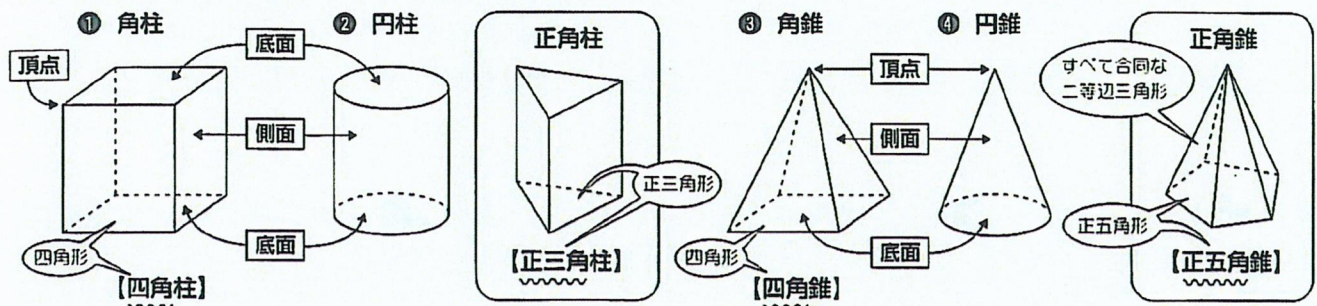
ソ 3 タ 4 チ 3 ツ 5 テ 4 ト 8 ナ 6 ニ 20 ネ 12 ネ 6

ノ 12 ハ 12 ヒ 30 フ 30

図形の 特徴 は おさえておきましょう。

ステップ 3 角柱・円柱と角錐・円錐

柱体や錐体は、底面の形によって名前が決まる。



基本学習

▼ 上の図の6種類の立体で、その特徴についていろいろ調べてみよう。

角柱・円柱		四角柱	正三角柱	円柱
底面	形	四角形	正三角形	円
	数	2	2	2
側面	形	長方形	長方形	(曲面)
	数	4	3	

ポイント

角柱・円柱の特徴

- ① 角柱 2つの底面は合同な多角形で、側面は長方形
 - ・ 正角柱 底面が正多角形である角柱
- ② 円柱 2つの底面は合同な円で、側面は曲面

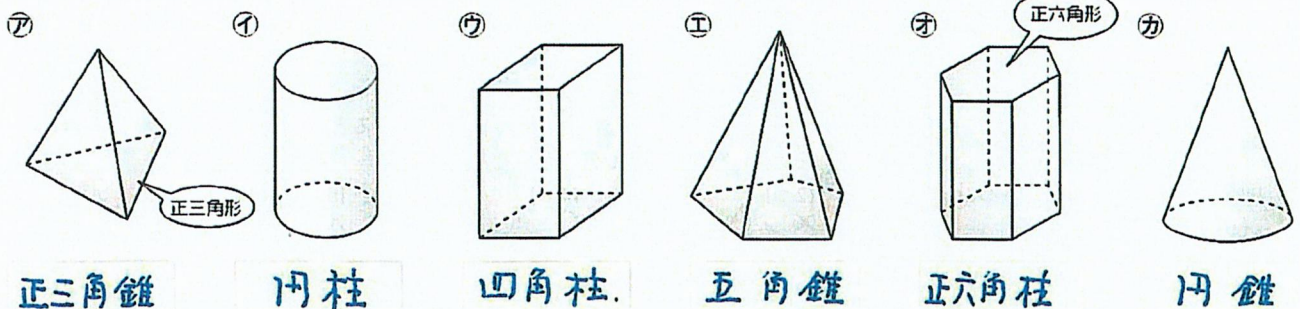
角錐・円錐		四角錐	正五角錐	円錐
底面	形	四角形	正五角形	円
	数	1	1	1
側面	形	三角形	二等辺三角形	(曲面)
	数	4	5	

ポイント

角錐・円錐の特徴

- ③ 角錐 底面は1つで、側面は三角形
 - ・ 正角錐 底面が正多角形で、側面はすべて合同な二等辺三角形である角錐
- ④ 円錐 底面は1つで、側面は曲面

ドライ 3 次のア～カの立体について、 に立体の名前を書き、後の問いに記号で答えなさい。



① 三角形の面をもつ立体はどれか。

ア、エ

③ 曲面をもつ立体はどれか。

イ、カ

⑤ 六面体はどれか。

ウ、エ

② 底面が2つある立体はどれか。

イ、ウ、オ

④ 頂点が12個ある立体はどれか。

オ

⑥ 辺が6本ある立体はどれか。

ア

答え 基本学習 ア 正三角形 イ 円 ウ 2 エ 2 オ 長方形 カ 4 キ 3 ク 四角形 ケ 正五角形 コ 円 サ 1 シ 1 ス 二等辺三角形 セ 4 ソ 5

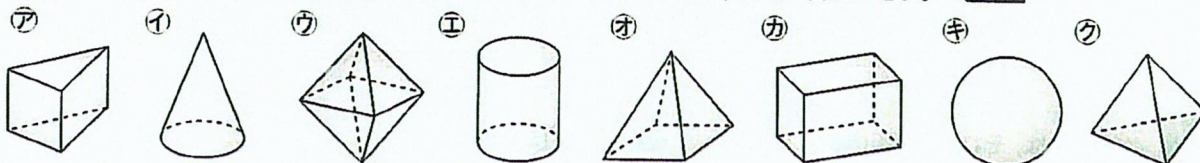
練習問題



たくさん解いて、解き方を工夫したり、問題に慣れよう！

1

下の㉑～㉗の立体について、後の問いにあてはまる立体をすべて選び、記号で答えなさい。【基本1】

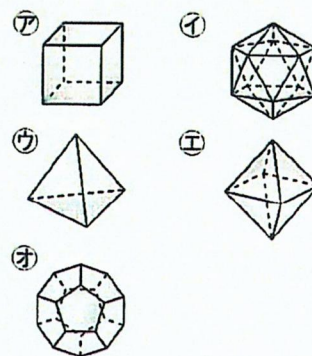


- ① 多面体である立体 **ア.ウ.オ.カ.フ** ② 平面と曲面で囲まれた立体 **イ.エ** ③ 多面体ではない立体 **イ.エ.チ**
 ④ 四面体 **フ** ⑤ 五面体 **ア.オ** ⑥ 八面体 **ウ**
 ⑦ 三角形の面をもつ立体 **ア.ウ.オ.フ** ⑧ 四角形の面をもつ立体 **ア.オ.カ** ⑨ 円の面をもつ立体 **イ.エ**
 ⑩ すべての面が三角形である立体 **イ.エ.チ** ⑪ すべての面が四角形である立体 **カ** ⑫ 曲面だけをもつ立体 **チ**
 ⑬ 辺が6本ある立体 **フ.ウ.ク** ⑭ 辺が8本ある立体 **オ** ⑮ 辺が12本ある立体 **ウ.カ**
 ⑯ 頂点が5つある立体 **オ** ⑰ 頂点が6つある立体 **ア.ウ** ⑱ 頂点が8つある立体 **カ**

2

正多面体の特徴について、下の表を完成させなさい。なお、図は、右の㉑～㉗より選びなさい。【ステップ2】

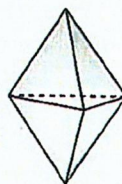
	正四面体	正六面体	正八面体	正十二面体	正二十面体
図	ウ	ア	エ	オ	イ
面の形	正三角形	正六角形	正三角形	正五角形	正三角形
面の数	4	6	8	12	20
頂点の数	4	8	6	20	12
辺の数	6	12	12	30	30
1つの頂点に集まる面の数	3	3	4	3	5



3

右の図は、正四面体を2つ重ねてつくった立体である。この立体の名前を答えなさい。また、この立体が正六面体とはいえない理由を書きなさい。【ステップ2】

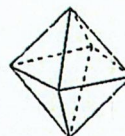
六面体 1つの頂点に集まる面の数が同じではないから正六面体とはいえない。



4

右の図は、正六面体の各面の対角線の交点を頂点とする立体である。次の問いに答えなさい。【ステップ2】

- ① 1つの面の形はどんな三角形か。 **正三角形** ② この立体の名前を答えなさい。 **正八面体**



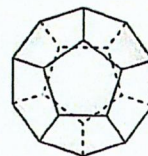
5

右の図の正十二面体について、次の問いに答えなさい。【ステップ2】

- ① 正十二面体の辺の数を、次のようにして求めた。 にあてはまる数を書きなさい。

正十二面体は **ア** **12** 個の正五角形の面で囲まれている。1個の正五角形には **イ** **5** 本の辺があるから、すべての正五角形では、辺の数は **ウ** **60** 本になる。
 しかし、正十二面体の辺には、正五角形の辺が **エ** **2** 本ずつ重なっているから、
 正十二面体の辺の数は、 **ウ** $\div$ **エ** $=$ **オ** **30** (本) となる。

- ② ①の方法を参考にして、正二十面体の辺の数を求めなさい。 **30本**



6

角柱や角錐の特徴について、下の表を完成させなさい。

ステップ ③

①

	底面の数	側面の数	頂点の数	辺の数
三角柱	2	3	6	9
四角柱	2	4	8	12
五角柱	2	5	10	15
六角柱	2	6	12	18

②

	底面の数	側面の数	頂点の数	辺の数
三角錐	1	3	4	6
四角錐	1	4	5	8
五角錐	1	5	6	10
六角錐	1	6	7	12

7

次の立体は、それぞれ何面体が答えなさい。

ステップ ①③

- ① 三角錐 **四面体** ② 四角錐 **五面体** ③ 六角錐 **七面体** ④ 八角錐 **九面体**
 ⑤ 直方体 **六面体** ⑥ 五角柱 **七面体** ⑦ 六角柱 **八面体** ⑧ 七角柱 **九面体**

8

次の問いにあてはまる角柱や角錐の名前をすべて答えなさい。

ステップ ③

- ① 面が10個ある立体 ② 頂点が6個ある立体 ③ 面も頂点も8個ずつある立体 ④ 辺が16本ある立体
八角柱・九角錐 三角柱・五角錐 七角錐 八角錐

9

次の㉑～㉞の立体について、後の問いにあてはまる立体をすべて選び、記号で答えなさい。

ステップ ①②③

- ㉑ 三角柱 ㉒ 直方体 ㉓ 立方体 ㉔ 五角柱 ㉕ 正六角柱 ㉖ 円柱 ㉗ 球
 ㉘ 正八面体 ㉙ 正十二面体 ㉚ 円錐 ㉛ 正三角錐 ㉜ 四角錐 ㉝ 正五角錐 ㉞ 六角錐

- ① 底面が2つある立体 ② 曲面と1平面で閉まれた立体 ③ 曲面と2平面で閉まれた立体
ア・イ・ウ・エ・オ・カ **ク** **カ**
 ④ 長方形の面を2つ以上もつ立体 ⑤ 正方形の面だけをもつ立体 ⑥ 正五角形の面をもつ立体
ア・イ・エ・オ **ウ** **ケ・ス**
 ⑦ 正三角形の面をもつ立体 ⑧ 六面体である立体 ⑨ 正六面体である立体
ク・サ **イ・ウ・ス** **ラ**
 ⑩ 正三角形の面だけをもつ立体 ⑪ 辺が12本ある立体 ⑫ 面が8つある立体
ク **イ・ウ・フ・ヒ** **オ・ク**
 ⑬ 面と頂点の数が等しい立体 ⑭ 合同な面だけで閉まれた立体 ⑮ どの頂点にも集まる面の数が等しい立体
サ・シ・ス・セ **ウ・フ・ケ** **ア・イ・ウ・エ・オ・フ・ケ・サ**

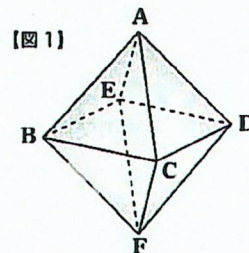
応用問題

さあ、チャレンジしてみよう！あきらめずに最後までトライ！

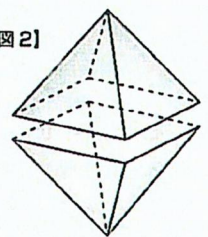
1

右の図1の正八面体について、次の問いに答えなさい。

- ① $\angle ACF$ の大きさを求めなさい。 **90°**
 ② 右の図2のように、正八面体を2つに分けると、どちらも同じ立体ができた。この立体の名前を答えなさい。

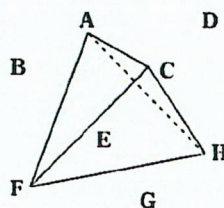
正四角錐

【図2】



2

右の図のように、立方体の4つの頂点A, C, F, Hを頂点とする立体をつくる。このとき、次の問いに答えなさい。



- ① $\triangle ACF$ はどんな三角形か。 **正三角形**
 ② $\angle CFH$ の大きさを求めなさい。 **60°**
 ③ この立体の名前を答えなさい。 **正四面体**

3

下の図のサッカーボールは、32個の面からなる多面体を球状にふくらませたものである。この多面体は、12個の正五角形と20個の正六角形の面からできている。また、どの頂点にも1個の正五角形と2個の正六角形の面が集まっている。この多面体の辺の数を求めなさい。

90本