

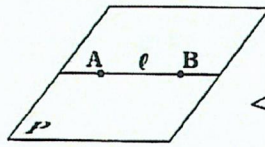
2. 直線や平面の位置関係

ステップ 1 平面の決定

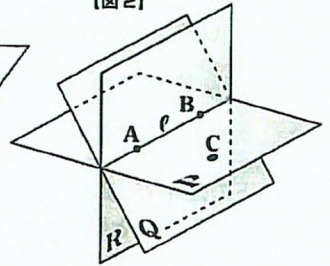
平面は、平らに限りなく広がっている面と考える。

- 図1のように、平面P上の2点A, Bを通る直線 ℓ は平面Pにふくまれる。このとき、直線 ℓ は平面P上にあるという。
- 図2のように、直線 ℓ をふくむ平面は、平面P, Q, Rのようにいくつもある。しかし、直線 ℓ と直線 ℓ 上でない点Cとをふくむ平面は、平面Pの1つしかない。

【図1】



【図2】

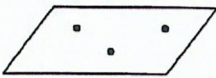


大切

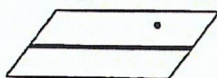
ポイント

平面の決定…平面がただ1つに決まる場合は、平面が次の①～④のいずれかをふくむときである。

- ① 同じ直線上にない3点



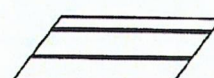
- ② 1つの直線とその直線上にない1点



- ③ 交わる2直線



- ④ 平行な2直線



基本パターン ①

▼ 次の点や直線をふくむ平面が、ただ1つに決まるものには [] に○を、決まらないものには [] に×を書きなさい。

- ㉑ 1直線上にない3点 [○] ㉒ 交わる2直線 [○] ㉓ 2点A, B [×] ㉔ 平行な2直線 [○]

ステップ 2 2直線の位置関係

空間内で、交わらず、平行でもない2直線は **ねじれの位置** にあるという。

定期テスト必出

ポイント

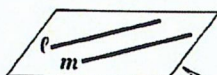
2直線 ℓ, m の位置関係

同じ平面上にある

- ① 交わる

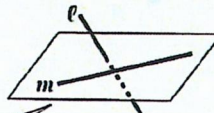


- ② 平行である

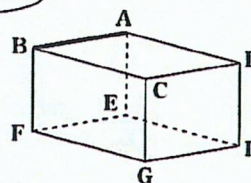


同じ平面上にない

- ③ ねじれの位置にある

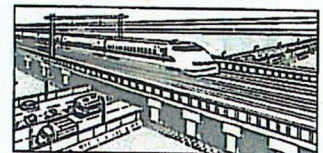


交わらない



参考

立体交差もねじれの位置にあるよ。



空間内の位置関係は、えんぴつや下敷きを使うとわかりやすい。



基本パターン ②

▼ 右の図の直方体について、次の辺をすべて答えなさい。

- 1) 辺ABと平行な辺

同じ平面上にあり、交わらない辺

答え ア 辺DC, イ EF, エ HG

- 2) 辺ABと垂直な辺

同じ平面上にあり、90°で交わる辺

答え ウ 辺AD, エ AE, オ BC, カ BF

- 3) 辺ABとねじれの位置にある辺

交わらず、平行でもない辺

答え カ 辺CG, キ DH, ク FG, ケ EH

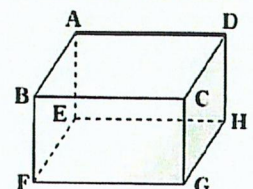
トライ ①

右の図の直方体について、次の辺をすべて答えなさい。

- ① 辺ADと平行な辺 ② 辺ADと垂直な辺 ③ 辺ADとねじれの位置にある辺
 辺BC, 辺EH, 辺FG 辺AB, 辺AE, 辺DC, 辺DH 辺BF, 辺EF, 辺CG, 辺HG

できるだけ「辺」をつけるようにしよう!

答え 基本① ア○ イ○ ウ× エ○ 基本② アイ EF, HG (順不同) ウエオ AE, BC, BF (順不同) カク DH, FG, EH (順不同)



ステップ ③ 直線と平面の位置関係

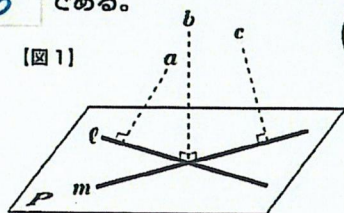
- ① 右の「ポイント」のように、直線と平面の位置関係には3つの場合がある。このとき、直線と平面が交わる点を**交点**という。

基本学習 直線と平面が垂直に交わる場合

▼ 次のことについて考えてみよう。

- 1) 下の図1で、直線 a, b, c は、どれも平面 P 上の直線 l や m と垂直に交わっている。この直線 a, b, c のうち、平面 P と垂直に交わっているといえるのは直線 **b** である。

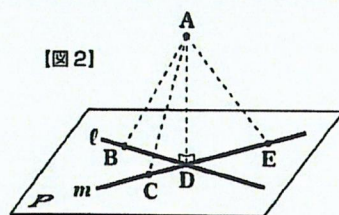
【図1】



平面 P 上の交点を通るどの直線とも垂直に交わっているもの

- 2) 下の図2のように、点 A と平面 P 上の点 B, C, D, E とを結んだ線分を考える。この線分のうち、最も長さが短いと思われる線分は、線分 **AD** である。

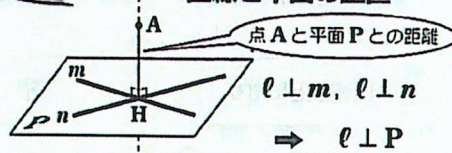
【図2】



- ② 右の「ポイント」のように、直線 l が平面 P と点 H で交わり、平面 P 上の交点 H を通る2直線 m, n に垂直であるとき、直線 l は平面 P と垂直であるという。
- ③ 右の「ポイント」のように、線分 AH と平面 P とが垂直であるとき、線分 AH の長さを点 A と平面 P との距離という。

ポイント

直線と平面の垂直



基本パターン ③

▼ 右の図の直方体について、次の辺や面をすべて答えなさい。

- 1) 面 $ABCD$ と平行な辺

面 $ABCD$ と交わらない辺

答え 辺 $EF, \mathbf{FG}, \mathbf{GH}, \mathbf{EH}$

- 2) 面 $ABCD$ と垂直な辺

面 $ABCD$ 上の2辺と垂直な辺

答え 辺 $\mathbf{AE}, \mathbf{BF}, \mathbf{CG}, \mathbf{DH}$

$AE \perp AB, AE \perp AD$

- 3) 辺 AB と平行な面

辺 AB と交わらない面

答え 面 $EFGH, \mathbf{CGHD}$

- 4) 辺 BF と垂直な面

辺 BF と垂直な2辺を含む面

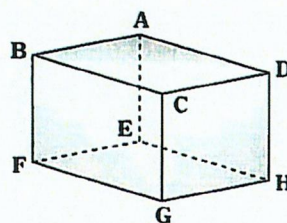
答え 面 $ABCD, \mathbf{EFGH}$

$BF \perp AB, BF \perp BC$

- 5) 点 C と面 $EFGH$ との距離を表す辺

点 C から面 $EFGH$ にひいた垂線

答え 辺 $\mathbf{CG}$



お心算にアルファベットをばらばら!

トライ ②

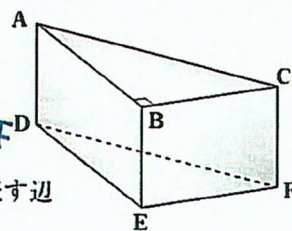
右の図の三角柱について、次の辺や面をすべて答えなさい。

- ① 面 ABC と平行な辺 ② 面 DEF に垂直な辺 ③ 面 $BEFC$ 上にある辺

辺 $\mathbf{DE}, \mathbf{EF}, \mathbf{DF}$ 辺 $\mathbf{AD}, \mathbf{BE}, \mathbf{CF}$ 辺 $\mathbf{BC}, \mathbf{BE}, \mathbf{EF}, \mathbf{CF}$

- ④ 辺 BE に平行な面 ⑤ 辺 AB に垂直な面 ⑥ 点 B と面 DEF との距離を表す辺

面 $\mathbf{ADFC}$ 面 $\mathbf{BEFC}$ 辺 $\mathbf{BE}$



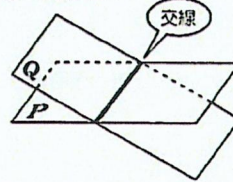
答え 基本学習 ア b イ AD 基本3 ケイウ FG, GH, EH (順不同) エオカ BF, CG, DH (順不同) キ $CGHD$ ク $EFGH$ コ CG

ステップ 4 2平面の位置関係

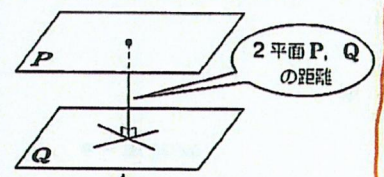
ポイント 2平面P, Qの位置関係

- ① 右の「ポイント①」のように、2平面の位置関係には2つの場合がある。「ポイント①」のように、2平面が交わる時にできる直線を交線という。
- ② 右の「ポイント②」のように、2平面P, Qが平行であるとき、平面P上の点から平面Qにひいた垂線の長さはどこでも等しい。このとき、この線分の長さを2平面P, Qの距離という。
- ③ 右の図1のように、2平面P, Qが交わる時、交線 l 上の点Oから、平面P, Q上に $OA \perp l$, $OB \perp l$ となるような直線OA, OBをひく。このとき、 $\angle AOB$ を平面P, Qのつくる角という。また、 $\angle AOB = 90^\circ$ のとき、2平面P, Qは垂直であるという。

① 交わる

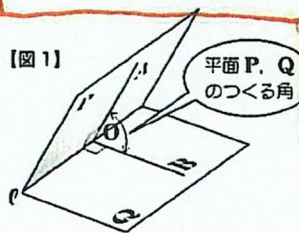


② 平行である(交わらない)

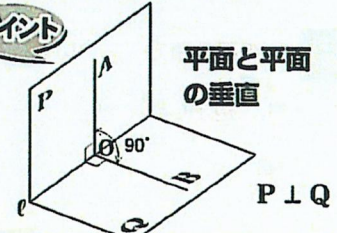


1つの直線に垂直な2つの平面は平行である。

図11

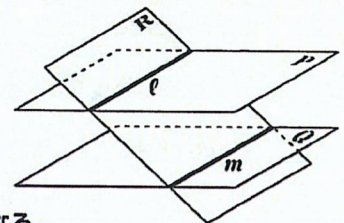


ポイント



基本学習

- ▼ 右の図のように、平行な2平面P, Qに1つの平面Rが交わっている。このとき、2つの交線 l , m について調べよう。



2平面P, Qは平行だから、2つの交線 l , m は交わらない。

よって、2つの交線 l , m は同じ平面R上にあり、交わらないので $l \parallel m$ となる。

基本パターン 4

- ▼ 右の図の直方体について、次の問いに答えなさい。

1) 面EFGHと平行な面を答えなさい。

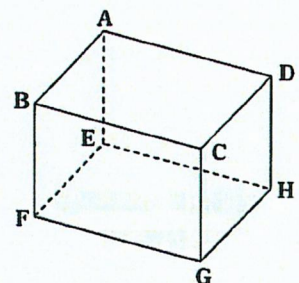
面EFGHと交わらない面

答え 面 ABCD

2) 面EFGHと面ABFEのつくる角は何度か。

$\angle BFG$ を考えよう

答え 90°



3) 面EFGHと垂直な面をすべて答えなさい。

面EFGHと垂直な辺をふくむ面

$BF \perp$ 面EFGH

答え 面 ABFE, BFGC, CGHD, AEHD

トライ 3

右の図のように、直方体を2つに分けてつくった立体について、次の問いに答えなさい。

① 面ABCと平行な面を答えなさい。

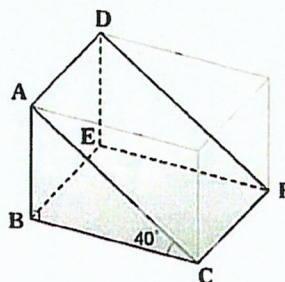
面 DEF

② 面ACFDと面BCFEのつくる角は何度か。

40°

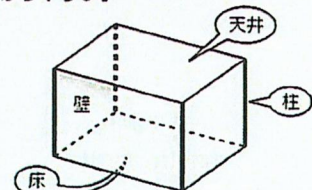
③ 面BCFEと垂直な面をすべて答えなさい。

面ABC, 面DEF, 面ABED



空間内の位置関係の解法テクニック

2直線の位置関係はわかりやすいが、平面から見た位置関係はわかりにくい。そこで、もともになる平面を床と考えるとわかりやすい。



床 // 天井 (にある辺)

床 $\perp$ 柱 (をふくむ壁)

答え

基本学習 交わらない $\parallel$ 基本4 面 ABCD $\neq$ 90°

面 BFGC, CGHD, AEHD (順不同)

練習問題



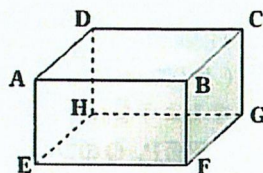
たくさん解いて、解き方を工夫したり、問題に慣れよう！

1 次の⑦～⑩の条件をふくむ平面が、ただ1つに決まるものには〔 〕に○を、決まらないものには〔 〕に×を書きなさい。

基本1

- ⑦ 1つの直線とその直線上にない1点〔○〕 ⑧ 1直線上にない4点〔×〕 ⑨ 交わる2直線〔○〕
⑩ 1直線上にある3点〔×〕 ⑪ 平行な2直線〔○〕 ⑫ 1直線上にない3点〔○〕

2 右の図の直方体について、次の辺をすべて答えなさい。基本2

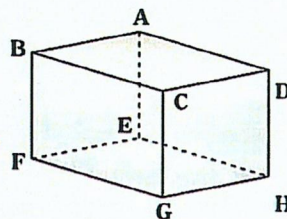


- ① 辺BCと平行な辺 ② 辺BCと垂直な辺 ③ 辺BCとねじれの位置にある辺
④ 辺EFと平行な辺 ⑤ 辺AEと垂直な辺 ⑥ 辺BFとねじれの位置にある辺

3 空間内にある直線の位置関係について、次のことがらが正しいものには〔 〕に○を、正しくないものには〔 〕に×を書きなさい。ただし、 l , m , n は3つの異なる直線を表している。ステップ2

- ① l と m が交わらないとき、 $l \parallel m$ である。〔×〕 ② $l \parallel m$, $m \parallel n$ のとき、 $l \parallel n$ である。〔○〕
③ $l \perp m$, $l \perp n$ のとき、 $m \parallel n$ である。〔×〕 ④ $l \parallel m$, $l \perp n$ のとき、 $m \perp n$ である。〔×〕

4 右の図の直方体について、次の辺や面をすべて答えなさい。基本3

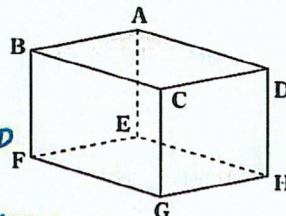


- ① 面EFGHと平行な辺 ② 面EFGHと垂直な辺 ③ 面EFGH上にある辺
④ 辺BCと平行な面 ⑤ 辺ABと垂直な面 ⑥ 辺BFと平行な面
⑦ 辺FGと垂直な面 ⑧ 面BFGCと垂直な辺 ⑨ 点Cと面ABFEとの距離を表す辺

5 空間内にある直線や平面の位置関係について、次のことがらが正しいものには〔 〕に○を、正しくないものには〔 〕に×を書きなさい。ただし、 P は平面、 l , m は P 上にない2つの異なる直線を表している。ステップ3

- ① $l \perp P$, $m \perp P$ のとき、 $l \parallel m$ である。〔○〕 ② $l \parallel P$, $m \parallel P$ のとき、 $l \parallel m$ である。〔×〕
③ $l \parallel P$, $l \parallel m$ のとき、 $m \parallel P$ である。〔×〕 ④ $l \perp P$, $l \parallel m$ のとき、 $m \perp P$ である。〔○〕
⑤ $l \parallel P$, $l \perp m$ のとき、 $m \parallel P$ である。〔×〕 ⑥ $l \perp P$, $l \perp m$ のとき、 $m \parallel P$ である。〔○〕

6 右の図の直方体について、次の面をすべて答えなさい。基本4



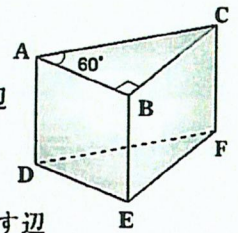
- ① 面ABCDと平行な面 ② 面ABCDと垂直な面
③ 面BFGCと平行な面 ④ 面CGHDと垂直な面

7 空間内にある平面の位置関係について、次のことがらが正しいものには〔 〕に○を、正しくないものには〔 〕に×を書きなさい。ただし、 P , Q , R は3つの異なる平面を表している。ステップ4

- ① $P \parallel Q$, $P \parallel R$ のとき、 $Q \parallel R$ である。〔○〕 ② $P \perp Q$, $P \perp R$ のとき、 $Q \parallel R$ である。〔×〕
③ $P \parallel Q$, $P \perp R$ のとき、 $Q \perp R$ である。〔○〕 ④ $P \perp Q$, $Q \perp R$ のとき、 $P \perp R$ である。〔×〕

8

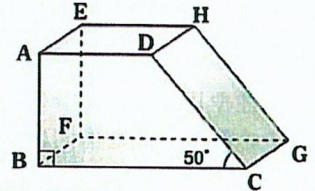
右の図の三角柱について、次の辺や面、角の大きさを答えなさい。 **ステップ 1 2 3 4**



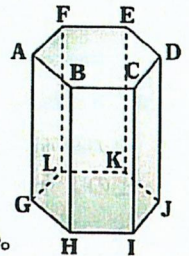
- ① 辺 AD と平行な辺 **辺 BE, 辺 CF** ② 辺 BC と垂直な辺 **辺 AB, 辺 DE, 辺 CF** ③ 辺 AB とねじれの位置にある辺 **辺 DF, 辺 EF, 辺 CF**
 ④ 面 ADEB と平行な辺 **辺 CF** ⑤ 面 BEFC と垂直な辺 **辺 AB, 辺 DE** ⑥ 面 DEF 上にある辺 **辺 DE, 辺 EF, 辺 DF**
 ⑦ 辺 AC と平行な面 **面 DEF** ⑧ 辺 AB と垂直な面 **面 BEFC** ⑨ 点 C と面 ADEB との距離を表す辺 **辺 BC**
 ⑩ 面 ABC と平行な面 **面 DEF** ⑪ 面 BEFC と垂直な面 **面 ADEB, 面 ABC, 面 DEF** ⑫ 面 ADFC と面 ADEB のつくる角 **60°**

9

右の図のように、 $AD \parallel BC$, $AB \perp BC$, $\angle BCD = 50^\circ$ である台形 ABCD を底面とする四角柱がある。この四角柱について、次の辺や面、角の大きさを答えなさい。 **ステップ 2 3 4**



- ① 辺 AE と平行な辺 **辺 BF, 辺 DH, 辺 CG** ② 辺 BC と垂直な辺 **辺 AB, 辺 DE, 辺 CF** ③ 辺 BF とねじれの位置にある辺 **辺 AD, 辺 EH, 辺 DC, 辺 HG**
 ④ 面 ABCD と平行な辺 **辺 EF, 辺 FG, 辺 GH, 辺 EH** ⑤ 面 BCGF と垂直な面 **面 AB, 面 DE** ⑥ 面 DCGH と面 BCGF のつくる角 **50°**
 ⑦ 辺 AD と垂直な面 **面 ABFE** ⑧ 面 ADHE と垂直な面 **面 ABCD, 面 ABFE, 面 EFGH** ⑨ 辺 AB とねじれの位置にある辺 **辺 EH, 辺 FG, 辺 GH, 辺 DH**
辺 CG



10

右の図の正六角柱について、次の問いに答えなさい。 **ステップ 1 2 3 4**

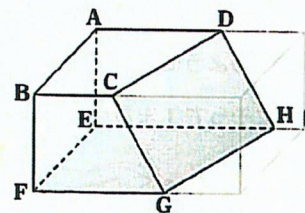
- ① 辺 BC と垂直な辺はどれか。 **辺 BH, 辺 CI** ② 面 AGHB と平行な辺はいくつあるか。 **6つ**
 ③ 面 ABCDEF と垂直な面はいくつあるか。 **6つ** ④ 辺 AF と辺 IJ は同じ平面上にあるといえるか。 **いえる**
 ⑤ 辺 BH とねじれの位置にある辺はいくつあるか。 **8つ** ⑥ 辺 CD とねじれの位置にある辺はいくつあるか。 **8つ**

応用問題

さあ、チャレンジしてみよう！あきらめずに最後までトライ！

1

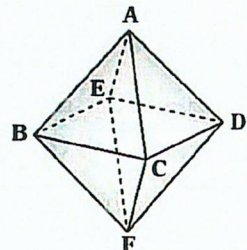
右の図のように、直方体を2つに分けてつくった立体について、次の辺や面をすべて答えなさい。ただし、AD は BC より長いものとする。



- ① 辺 AB と垂直な辺 **辺 AD, 辺 AE, 辺 BC, 辺 BF** ② 面 EFGH と垂直な面 **面 ABFE, 面 BFGC, 面 AEHD**
 ③ 辺 GH とねじれの位置にある辺 **辺 AB, 辺 BC, 辺 AD, 辺 AE, 辺 BF**

2

右の図の正八面体について、次の直線や平面の位置関係を答えなさい。



- ① 辺 AB と辺 DF **平行** ② 辺 AB と辺 AD **垂直** ③ 辺 AB と辺 CF **ねじれの位置**
 ④ 面 ABC と面 EDF **平行** ⑤ 線分 AF と面 BCDE **垂直** ⑥ 面 ABFD と面 ACFE **垂直**

3

次の空間内にある直線や平面の位置関係を、記号を使って表しなさい。ただし、P, Q は2つの異なる平面、 ℓ, m, n は3つの異なる直線を表している。

- ① $\ell \parallel m, m \parallel n$ のときの ℓ と n の関係 **$\ell \parallel n$** ② $\ell \perp P, m \perp P$ のときの ℓ と m の関係 **$\ell \parallel m$**
 ③ $\ell \perp P, \ell \parallel Q$ のときの P と Q の関係 **$P \perp Q$** ④ $P \parallel Q, \ell$ は Q にふくまれているときの ℓ と P の関係 **$\ell \parallel P$**