

3. 連立方程式の応用 ①

ステップ ①

連立方程式の解に関する問題

基本パターン ①

未知以外の文字も連立方程式は
成り立つ。

▼ 連立方程式 $\begin{cases} ax-by=-5 \\ bx+ay=5 \end{cases}$ の解が $(x, y)=(2, -1)$ のとき、
 a, b の値を求めなさい。

• $(x, y)=(2, -1)$ を、連立方程式に代入すると、

$$\begin{cases} a \times 2 - b \times (-1) = -5 \\ b \times 2 + a \times (-1) = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + b = -5 \quad \dots ① \\ -a + 2b = 5 \quad \dots ② \end{cases}$$

• ①+②×2

$$\begin{array}{r} 2a + b = -5 \\ +) -2a + 4b = 10 \\ \hline 5b = 5 \\ b = 1 \end{array}$$

• $b=1$ を①に代入

$$\begin{array}{r} 2a + 1 = -5 \\ 2a = -6 \\ a = -3 \end{array}$$

a, b についての
連立方程式を解こう

ポイント

連立方程式の係数や定数がわからず、 x, y の解が与えられているときは、まず、方程式に解を代入する。

ドライ ①

連立方程式 $\begin{cases} ax-by=14 \\ bx+ay=5 \end{cases}$ の解が

$(x, y)=(3, 2)$ のとき、 a, b の値を求めなさい。

$(x, y)=(3, 2)$ を代入

$$\begin{cases} 3a - 2b = 14 \\ 3b + 2a = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3a - 2b = 14 \quad \dots ① \\ 2a + 3b = 5 \quad \dots ② \end{cases}$$

①×2-②×3

$$\begin{array}{r} 6a - 4b = 28 \\ -) 6a + 9b = 15 \\ \hline -13b = 13 \\ b = -1 \end{array}$$

$b=-1$ を①に代入

$$\begin{array}{r} 3a + 2 = 14 \\ 3a = 12 \\ a = 4 \end{array}$$

$(a, b) = (4, -1)$

発展パターン ①

知っているフォーマットの問題は

▼ 次の2つの連立方程式は同じ解をもっている。このとき、 a, b の値を求めなさい。

$$\begin{cases} 2x+y=14 \quad \dots ① \\ ax+by=10 \quad \dots ② \end{cases} \quad \begin{cases} bx-ay=10 \quad \dots ③ \\ 3x-y=16 \quad \dots ④ \end{cases}$$

① まず、 x, y の解を求めよう。

• ①+④ $2x+y=14$

$$\begin{array}{r} 2x + y = 14 \\ +) 3x - y = 16 \\ \hline 5x = 30 \\ x = 6 \end{array}$$

• $x=6$ を①に代入

$$\begin{array}{r} 2 \times 6 + y = 14 \\ y = 2 \end{array}$$

② 次に、 a, b の値を求めよう。

• $(x, y)=(6, 2)$ を②、③に代入すると、

$$\begin{cases} a \times 6 + b \times 2 = 10 \\ b \times 6 - a \times 2 = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a + b = 5 \quad \dots ⑤ \\ -a + 3b = 5 \quad \dots ⑥ \end{cases}$$

• ⑤+⑥×3

$$\begin{array}{r} 3a + b = 5 \\ +) -3a + 9b = 15 \\ \hline 10b = 20 \\ b = 2 \end{array}$$

• $b=2$ を⑤に代入

$$\begin{array}{r} 3a + 2 = 5 \\ 3a = 3 \\ a = 1 \end{array}$$

a, b についての
連立方程式を解こう

ドライ ②

次の2つの連立方程式が同じ解をもつとき、 a, b の値を求めなさい。

$$\begin{cases} 3x+y=5 \quad \dots ① \\ 2ax-by=-5 \quad \dots ② \end{cases} \quad \begin{cases} x-y=3 \quad \dots ③ \\ bx+ay=8 \quad \dots ④ \end{cases}$$

①+③

$$\begin{array}{r} 3x + y = 5 \\ +) x - y = 3 \\ \hline 4x = 8 \\ x = 2 \end{array}$$

$x=2$ を③に代入

$$\begin{array}{r} 2 - y = 3 \\ -y = 1 \\ y = -1 \end{array}$$

$(x, y)=(2, -1)$ を③と④に代入

$$\begin{cases} 4a + b = -5 \quad \dots ⑤ \\ 2b - a = 8 \quad \dots ⑥ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4a + b = -5 \quad \dots ⑤ \\ -a + 2b = 8 \quad \dots ⑥ \end{cases}$$

⑤×2-⑥

$$\begin{array}{r} 8a + 2b = -10 \\ -) -a + 2b = 8 \\ \hline 9a = -18 \\ a = -2 \end{array}$$

$a=-2$ を⑥に代入

$$\begin{array}{r} 2 + 2b = 8 \\ 2b = 6 \\ b = 3 \end{array}$$

$(a, b) = (-2, 3)$

答え

基本 ① ① ①-3

発展 ① ① ① ① ① ①

① ① ① ① ① ①

① ① ① ① ① ①

① ① ① ① ① ①

① ① ① ① ① ①

ステップ 2 数に関する問題

問題の意味をよく考え、等しい数量の関係を見つける。

基本パターン (2)

▼ 大小2つの整数がある。この2数の和は26で、大きい数は小さい数の3倍より2大きい。この2数を求めなさい。

• 大きい数を x 、小さい数を y とすると、

$$\begin{cases} x+y=26 & \dots ① \\ x=3y+2 & \dots ② \end{cases}$$

2数の和は26

大 = 小 $\times$ 3 + 2

• ②を①に代入

$$(3y+2)+y=26$$

$$y=6$$

• $y=6$ を②に代入

$$x=3 \times 6 + 2$$

$$x=20$$

• $20+6=26$, $6 \times 3+2=20$ より
これは問題に合っている。

注意!
文章題の答えは、
(x, y) ではない

答え 大きい数 $\dots 20$, 小さい数 $\dots 6$

ポイント

連立方程式を使って問題を解く手順

- ① 求めるもの(わからない数量)を x, y で表す。
- ② 等しい数量の関係から、連立方程式をつくる。
- ③ 連立方程式を解く。
- ④ 方程式の解が、問題に合っているかどうかを確認する。

ドライ ③

大小2つの整数がある。この2数の差は8で、大きい数は小さい数の2倍より4小さい。

このとき、次の問いに答えなさい。

- ① 大きい数を x 、小さい数を y として、連立方程式をつくりなさい。

$$\begin{cases} x-y=8 \\ x=2y-4 \end{cases}$$

- ② ①の連立方程式を解いて、この2数を求めなさい。

$$\begin{cases} x-y=8 \dots ① \\ x=2y-4 \dots ② \end{cases}$$

②を①に代入

$$(2y-4)-y=8$$

$$y=12$$

$y=12$ を②に代入

$$x=24-4$$

$$x=20$$

$$(x, y) = (20, 12)$$

大きい数 $\dots 20$, 小さい数 $\dots 12$

発展パターン (2)

▼ 2けたの自然数がある。この自然数の十の位の数字と一の位の数字の和は5である。また、十の位の数字と一の位の数字を入れかえてできる自然数は、もとの自然数より9大きい。もとの自然数を求めなさい。

• もとの自然数の十の位の数字を x 、一の位の数字を y とすると、

もとの自然数	十の位 x	一の位 y	$\dots 10x+y$
入れかえた自然数	y	x	$\dots 10y+x$

確認 2けたの整数
十の位 a 一の位 b
 $10a+b$

$$\begin{cases} x+y=5 & \dots ① \\ 10y+x=10x+y+9 & \dots ② \end{cases}$$

(十の位の数字) + (一の位の数字) = 5

移項して整理

$$\text{②より, } -9x+9y=9$$

$$-x+y=1 \dots ③$$

両辺を9でわると

$$\text{①} + \text{③} \quad 2y=6$$

$$y=3$$

• $y=3$ を①に代入

$$x+3=5$$

$$x=2$$

答え $\underline{23}$

ドライ ④

2けたの自然数がある。この自然数の十の位の数字と一の位の数字の和は12である。また、十の位の数字と一の位の数字を入れかえてできる自然数は、もとの自然数より18小さい。このとき、次の問いに答えなさい。

- ① もとの自然数の十の位の数字を x 、一の位の数字を y として、連立方程式をつくりなさい。

$$\begin{cases} x+y=12 \\ 10y+x=10x+y-18 \end{cases}$$

- ② ①の連立方程式を解いて、もとの自然数を求めなさい。

$$\begin{cases} x+y=12 & \dots ① \\ 10y+x=10x+y-18 & \dots ② \end{cases}$$

$$\text{②より } 9x-9y=18 \dots ③$$

$$\text{①} \times 9 + \text{③}$$

$$\begin{array}{r} 9x+9y=108 \\ + 9x-9y=18 \\ \hline 18x=126 \end{array}$$

$$x=7 \text{ を①に代入}$$

$$\begin{array}{r} 7+y=12 \\ y=5 \end{array}$$

$x=7$ 答え $\rightarrow 75$

答え 基本2 ① 6 ② 20 ③ 20 ④ 6 発展2 ① 3 ② 2 ③ 23

ステップ ③ 代金、個数に関する問題

おもしろい!

基本パターン ③

▼ 1個 60円のみかんと1個 100円のりんごを合わせて12個買い、880円払った。みかんとりんごをそれぞれ何個買ったか。

• みかんとりんごをそれぞれ何個買ったか。

表で考えると、

	みかん	りんご
1個の値段(円)	60	100
個数(個)	x	y
代金(円)	$60x$	$100y$

個数の合計は12個

代金の合計は880円

両辺を20でわる。まず、0を同じ数だけ消していったもよい。
 $60x + 100y = 880$

$$\begin{cases} x + y = 12 & \dots ① \\ 60x + 100y = 880 & \dots ② \end{cases}$$

②より、 $3x + 5y = 44 \dots ③$

①×3-③ $-2y = -8$

$y = 4$

$y = 4$ を①に代入
 $x + 4 = 12$
 $x = 8$

答え みかん... 8 個、りんご... 4 個

トライ ⑤

50円切手と80円切手を合わせて9枚買い、630円払った。このとき、次の問いに答えなさい。

① 50円切手を x 枚、80円切手を y 枚買ったとして、連立方程式をつくりなさい。

$$\begin{cases} x + y = 9 \\ 50x + 80y = 630 \end{cases}$$

② ①の連立方程式を解いて、50円切手と80円切手をそれぞれ何枚買ったか求めなさい。

$$\begin{cases} x + y = 9 & \dots ① \\ 50x + 80y = 630 & \dots ② \end{cases}$$

②より $5x + 8y = 63 \dots ③$

①×5-③ $5x + 5y = 45$
 $-) 5x + 8y = 63$
 $-3y = -18 \quad y = 6$

$y = 6$ を①に代入
 $x + 6 = 9$
 $x = 3$
 50円切手 3枚
 80円切手 6枚

答えも書く

基本パターン ④

▼ ある遊園地の入園料は、中学生3人とおとな2人では4400円、中学生5人とおとな4人では8000円である。中学生1人、おとな1人の入園料はそれぞれいくらか。

• 中学生1人を x 円、おとな1人を y 円とすると、

$$\begin{cases} 3x + 2y = 4400 & \dots ① \\ 5x + 4y = 8000 & \dots ② \end{cases}$$

(中学生1人) × 3人 + (おとな1人) × 2人 = 4400円
 (中学生1人) × 5人 + (おとな1人) × 4人 = 8000円

①×2-② $x = 800$ を①に代入
 $x = 800$
 $3 \times 800 + 2y = 4400$
 $y = 1000$

中学生1人の入園料

確認 問題に合ってるか、最後にチェック

800円×3人 + 1000円×2人 = 4400円
 800円×5人 + 1000円×4人 = 8000円
 求めた解を連立方程式に代入して、
 (左辺の値) = (右辺の値)になればOK!

答え 中学生1人... 800 円、おとな1人... 1000 円

トライ ⑥

A、B2種類の品物がある。A3個とB2個の重さの合計は1700gで、A4個とB6個の重さの合計は3100gである。このとき、次の問いに答えなさい。

① A1個の重さを x g、B1個の重さを y gとして、連立方程式をつくりなさい。

$$\begin{cases} 3x + 2y = 1700 \\ 4x + 6y = 3100 \end{cases}$$

② ①の連立方程式を解いて、A1個、B1個の重さをそれぞれ求めなさい。

$$\begin{cases} 3x + 2y = 1700 & \dots ① \\ 4x + 6y = 3100 & \dots ② \end{cases}$$

①×3-② $9x + 6y = 5100$
 $-) 4x + 6y = 3100$
 $5x = 2000 \quad x = 400$

$x = 400$ を①に代入
 $1200 + 2y = 1700$
 $2y = 500 \quad y = 250$

A1個 400g
 B1個 250g

答え

基本③ $y = 100y$
 ① 4
 ② 8
 ③ 8
 ④ 4
 基本④ $y = 1000$
 ① 800
 ② 1000

答えも書く

練習問題



たくさん解いて、解き方を工夫したり、計算に慣れよう！

1 次の連立方程式について、 a 、 b の値を求めなさい。 基本1

① $\begin{cases} 2ax - y = -3 \\ ax + by = 1 \end{cases}$ の解が $(x, y) = (2, -1)$ のとき
 $(a, b) = (-1, -3)$

② $\begin{cases} ax + 4y = 8 \\ 2a + x = y - 5 \end{cases}$ の解が $(x, y) = (2, b)$ のとき
 $(a, b) = (-2, 3)$

③ $\begin{cases} ax + by = 3 \\ bx - ay = 11 \end{cases}$ の解が $(x, y) = (3, -1)$ のとき
 $(a, b) = (2, 3)$

④ $\begin{cases} ax - 2by = 1 \\ bx + ay = -11 \end{cases}$ の解が $(x, y) = (1, -2)$ のとき
 $(a, b) = (5, -1)$

2 次の2つの連立方程式が同じ解をもつとき、 a 、 b の値をそれぞれ求めなさい。 発展1

① $\begin{cases} x + y = 3 \\ ax + by = 13 \end{cases} \quad \begin{cases} x + ay = 0 \\ 3x - y = 13 \end{cases}$
 $(a, b) = (4, 3)$

② $\begin{cases} x - y = 4 \\ ax + by = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} bx + ay = 13 \\ x - 3y = 6 \end{cases}$
 $(a, b) = (2, 5)$

③ $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ ax + 2by = -10 \end{cases} \quad \begin{cases} bx - ay = 7 \\ x + 3y = -5 \end{cases}$
 $(a, b) = (2, 3)$

④ $\begin{cases} 4x + 3y = 11 \\ ax + by = 16 \end{cases} \quad \begin{cases} bx - 2ay = 2 \\ 5x - 2y = 31 \end{cases}$
 $(a, b) = (3, -2)$

3 次のような大小2種類の整数をそれぞれ求めなさい。 基本2

① 2数の和は30で、差は12である。
 $x + y = 30 \quad x - y = 12 \quad x = 21, y = 9$

② 2数の差は24で、大きい数は小さい数の4倍である。
 $x - y = 24 \quad x = 4y \quad x = 24, y = 6$

③ 2数の和は50で、大きい数は小さい数の3倍より2小さい。
 $x + y = 50 \quad x = 3y - 2 \quad x = 37, y = 13$

④ 大きい数は小さい数より11大きい。また、大きい数を2倍した数を小さい数でわると、商は5で余りは4になる。
 $x = y + 11 \quad 2x \div y = 5 \dots 4$

$\downarrow$ 換算
 $5y + 4 = 2x$ $x = 17, y = 6$

4 次の問いに答えなさい。 発展2

十の位の数を x 、一の位の数を y とする。

① 2けたの自然数がある。この自然数の十の位の数と一の位の数の和は7である。また、十の位の数と一の位の数を入れかえてできる自然数は、もとの自然数より27小さい。もとの自然数を求めなさい。
 $x + y = 7 \quad 10y + x = 10x + y - 27 \quad x = 5, y = 2$

② 2けたの自然数がある。この自然数の十の位の数と一の位の数の和は13である。また、十の位の数と一の位の数を入れかえてできる自然数は、もとの自然数より9大きい。もとの自然数を求めなさい。
 $x + y = 13 \quad 10y + x = 10x + y + 9 \quad x = 6, y = 7$

③ 2けたの自然数がある。この自然数は、十の位の数と一の位の数の和の3倍に等しい。また、十の位の数と一の位の数を入れかえてできる自然数は、もとの自然数より45大きい。もとの自然数を求めなさい。
 $10x + y = (x + y) \times 3 \quad 10y + x = 10x + y + 45 \quad x = 2, y = 7$

④ 2けたの自然数がある。この自然数は、十の位の数と一の位の数の和の4倍より3大きい。また、十の位の数と一の位の数を入れかえてできる自然数は、もとの自然数より18大きい。もとの自然数を求めなさい。
 $10x + y = (x + y) \times 4 + 3 \quad 10y + x = 10x + y + 18 \quad x = 3, y = 5$

5 次の問いに答えなさい。 基本3

① 1本80円の鉛筆と1本120円のボールペンを合わせて15本買い、1400円払った。鉛筆とボールペンをそれぞれ何本買ったか。
鉛筆 x 本、ボールペン y 本買ったとすると $x + y = 15 \quad 80x + 120y = 1400 \quad$ 鉛筆10本、ボールペン5本

② ある展覧会の入場料は、おとな60円、子ども40円である。ある日、350人の入場者があり、入場料の合計は17000円であった。おとなと子どもはそれぞれ何人入場したか。
おとな x 人、子ども y 人入場したとすると $x + y = 350 \quad 60x + 40y = 17000 \quad$ おとな150人、子ども200人

③ 1本50円の鉛筆と1本80円の鉛筆を、50円の鉛筆が80円の鉛筆より6本多くなるように買ったところ、代金は950円であった。50円の鉛筆と80円の鉛筆をそれぞれ何本買ったか。
50円の鉛筆 x 本、80円の鉛筆 y 本買ったとすると $x = y + 6 \quad 50x + 80y = 950 \quad$ 50円の鉛筆11本、80円の鉛筆5本

- ① もも1個となし2個の代金は390円、もも2個となし3個の代金は660円である。もも1個、なし1個の値段はそれぞれいくらか。
 $x + 2y = 390$ $2x + 3y = 660$ もも150円、なし120円
 $x = 150$ $y = 120$
- ② 缶ジュースをつくる2種類の機械A、Bがある。機械Aを2台と機械Bを3台使用すると、1分間あたり660本つくれる。また、機械A、Bとも4台ずつ使用すると、1分間あたり1080本つくれる。機械A1台と機械B1台は、1分間あたりそれぞれ缶ジュースを何本つくれるか。
 $2x + 3y = 660$ $4x + 4y = 1080$ A 150本、B 120本
 $x = 150$ $y = 120$
- ③ あるケーキ屋で、A、B2種類のケーキをつくっている。ケーキA、Bをそれぞれ1個つくるのに必要な小麦粉の重さと卵の個数は、右の表のとおりである。小麦粉16kg、卵115個を残さず使うとすると、ケーキA、Bはそれぞれ何個できるか。

	ケーキA	ケーキB
小麦粉(g)	400	300
卵(個)	3	2

 $400x + 300y = 16000$ $3x + 2y = 115$ A 25個、B 20個
 $x = 25$ $y = 20$
- ④ 1冊80円のノートAと1冊120円のノートBをそれぞれ何冊かずつ買い、店の人に1440円払った。ところが、その後、店の人がノートAとノートBの冊数を逆に計算していたことに気づき、80円返してくれた。ノートAとノートBをそれぞれ何冊買ったか。
 $80x + 120y = 1440$ $80y + 120x = 1440 - 80$ A 8冊、B 6冊
 $x = 8$ $y = 6$

応用問題

さあ、チャレンジしてみよう！あきらめずに最後までトライ！ 上位クラスはチャレンジ

- ① 連立方程式 $\begin{cases} 5x - 2y = a \\ 2x + y = -2a - 12 \end{cases}$ の解で、yの値はxの値の3倍になるという。このとき、aの値を求めなさい。
 $y = 3x$ を式に代入する a = 4
- ② 連立方程式 $\begin{cases} ax + by = 1 \dots ① \\ cx - 7y = 13 \dots ② \end{cases}$ を、太郎君は正しく解いて、解は $(x, y) = (4, -3)$ となった。しかし、はな子さんはcをうつし間違えたので、解は $(x, y) = (-1, 1)$ となった。このとき、a、b、cの値を求めなさい。
②に(4, -3)を代入 c = -2 ①に(-1, 1)を代入 b = a + 1 ①に(4, -3)を代入 4a - 3b = 1 ②に(-1, 1)を代入 -c - 7 = 13
 $a = 4$ $b = 5$ $c = -2$
- ③ 右の連立方程式②の解のx、yの値を入れかえると、①の解になるという。このとき、a、bの値を求めなさい。
 $\begin{cases} ax - 2by = 2 \dots ① \\ 3x - y = 13 \dots ② \end{cases}$ $\begin{cases} 2x + y = 2 \dots ③ \\ bx + ay = 11 \dots ④ \end{cases}$
①と④から $a = 2$ $b = -3$
②と③から $x = 4$ $y = -1$
- ④ 次の問いに答えなさい。
- ① 大小2つの整数がある。大きい数の2倍は小さい数の7倍より3小さい。また、大きい数の3倍を小さい数でわると、商は9で余りは6になる。この2数を求めなさい。
 $2x = 7y - 3$ $3x = 9y + 6$ x = 23, y = 7
- ② 2けたの自然数がある。一の位の数は一の位の数の2倍より1大きい。また、十の位の数と一の位の数を入れかえてできる自然数は、もとの自然数の2倍より4小さい。もとの自然数を求めなさい。
 $y = 2x + 1$ $10y + x = 2(10x + y) - 4$ 49
- ③ 3けたの自然数がある。十の位の数は一で、各位の3つの数の和は10である。また、百の位の数と一の位の数を入れかえてできる自然数は、もとの自然数の2倍より19小さい。もとの自然数を求めなさい。
 $x + 1 + y = 10$ $100y + 10 + x = 2(100x + 10 + y) - 19$ 316
- ⑤ 次の問いに答えなさい。
- ① りんご5個となし6個の代金は1200円である。りんごを10個以上買うと、りんご1個の値段を20円ずつ値引きしてくれる。そこで、りんご10個となし2個を買ったところ、代金は同じく1200円であった。このとき、りんご1個となし1個の値段はそれぞれいくらか。
 $5x + 6y = 1200$ $10(x - 20) + 2y = 1200$ りんご120円、なし100円
 $x = 120$ $y = 100$
- ② 1個80円のケーキAと1個100円のケーキBを合わせて20個買う予定で店に行った。ところが、この2種類のケーキの個数を取りちがえて買ったため、予定の金額より80円安くなった。このとき、最初に買う予定であったケーキA、Bはそれぞれ何個か。
 $x + y = 20$ $80x + 100y = 80x + 100y - 80$ A 8個、B 12個
 $x = 8$ $y = 12$