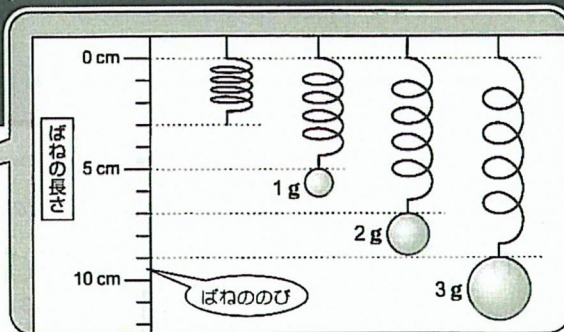


Ⅲ 1 次関数

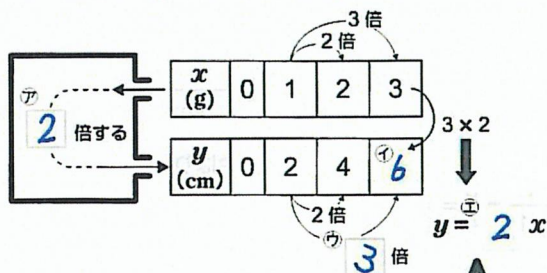


■ ばねがのびる様子を調べよう。

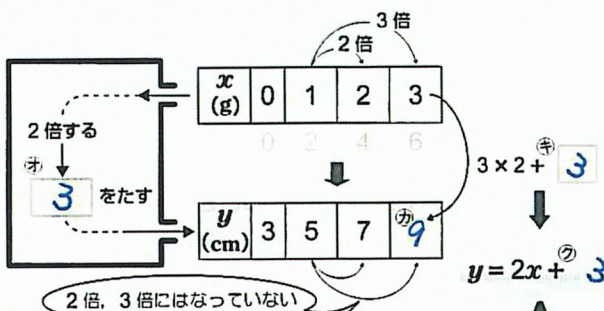
右の図は、ばねにおもりを下げたときの様子である。このとき、次の2つの場合について、おもりの重さとの関係を考えよう。



【おもりの重さ x g と ばねののび y cm】



【おもりの重さ x g と ばねの長さ y cm】



確認 中1で学習した比例の考え方

ともなって変わる2つの変数 x , y があって、
 $y = ax$ ($a \neq 0$) と表されるとき、 y は x に **比例** するとい、定数 a を **比例定数** という。

これから学習する、関数の考え方！

- ① 一般に、ともなって変わる2つの変数 x , y があって、 x の値を決めると、それに対応して y の値もただ1つ決まるとき、 y は x の関数であるという。
- ② y が x の関数で、 $y = 2x$, $y = 2x + 3$ のように、 y が x の1次式で表されるとき、 y は x の1次関数であるという。
- ③ 1次関数は、一般に、 $y = ax + b$ (a, b は定数, $a \neq 0$) の形で表される。

1. 1 次関数と変化の割合

ステップ 1 1 次関数

基本学習

▼ 1個60円のみかん x 個を100円のかごにつめてもらったときの代金 y 円について調べよう。

• x , y の関係を表す下の表を完成させなさい。

x (個)	1	2	3	4	...
みかんの代金 (円)	60	120	180	240	...
y (円)	160	220	280	340	...

かご代100円を加えると

• みかんの個数 x (個) を決めて計算すると、合計の代金 y (円) はただ1つ決まるので、このとき、 y は x の **関数** であるという。

• y を x の式で表すと、 $y = 60x + 100$ であり、
 $y = ax + b$ の形になるから、 y は x の **1次関数** である。

ポイント 1 次関数 $y = ax + b$ ($a \neq 0$)

x に比例する部分 定数

注意!

1次関数 $y = ax + b$ で、 $b = 0$ の場合、 $y = ax$ となり、これは比例の関係を表している。
 つまり、比例は1次関数の特別な場合である。

トライ 1

次の①、②について、 y を x の式で表しなさい。また、 y が x の1次関数であるものには〔 〕に○を、そうでないものには〔 〕に×を書きなさい。

① 1本40円の鉛筆を x 本買い、1000円出したときのおつり y 円

$y = ax + b$ の形

$$y = 1000 - 40x \rightarrow y = -40x + 1000$$

② 面積 12 cm^2 の長方形の縦の長さ $x \text{ cm}$ と横の長さ $y \text{ cm}$

$$xy = 12 \rightarrow y = \frac{12}{x}$$

これは反比例

答え

わかるかな? ① 2 ② 6 ③ 3 ④ 2 ⑤ 3 ⑥ 9 ⑦ 3 ⑧ 3

確認 ① 比例 ② 比例定数

基本学習 ① 240 ② 280 ③ 340 ④ 関数 ⑤ 60 ⑥ 100

⑦ 1次関数

変化の割合はとも大切なだけに意味がわかるよう、丁寧な説明をしよう。

ステップ 2 変化の割合 「増加量」ということが通じにくいのでわかりやすく!

基本学習

▼ 1 次関数 $y = 2x + 3$ において、 x , y の値の変化についてくわしく調べてみよう。

1)

x	-1	0	1	2	3	4
y	1	3	5	7	9	11

• x の値が 1 ずつ増加すると、 y の値は 2 ずつ増加している。

$y = 2x + 3$ に x の値を代入しよう

2) x の値が 1 から 4 まで増加するとき、 y の増加量は x の増加量の何倍だろうか。

• x の増加量は、 $4 - 1 = 3$, y の増加量は $11 - 5 = 6$

• $\frac{(y \text{ の増加量})}{(x \text{ の増加量})} = \frac{6}{3} = 2$ (倍) である。

この値は、 x の値がどう変化しても、同じになるのだろうか

3) x の値が -1 から 3 まで増加するとき、 $\frac{(y \text{ の増加量})}{(x \text{ の増加量})} = \frac{9 - 1}{3 - (-1)} = \frac{8}{4} = 2$ (倍) $\Rightarrow$ やはり、同じ 2 倍である。
そして、 $y = 2x + 3$ の 2 と同じになっている。

① y の増加量が x の増加量の何倍かを表す値を **変化の割合** という。

② 1 次関数 $y = ax + b$ の **変化の割合は一定で、 a に等しい。**

③ 変化の割合は、 x の値が 1 だけ増加したときの y の増加量のこともである。

ポイント 1 次関数 $y = ax + b$ では

変化の割合 $= \frac{(y \text{ の増加量})}{(x \text{ の増加量})} = a$

$(y \text{ の増加量}) = a \times (x \text{ の増加量})$

基本パターン 1

▼ 1 次関数 $y = \frac{1}{2}x + 5$ について、 x の値が 2 から 6 まで増加するとき、次の値をそれぞれ求めなさい。

1) x の増加量

x の値は 2 から 6

$6 - 2 = 4$

2) 変化の割合

1 次関数 $y = ax + b$ では、変化の割合は a に等しい

$\frac{1}{2}$

3) y の増加量

変化の割合

ポイント y の増加量は、 x の増加量の a 倍である。

$(y \text{ の増加量}) = a \times (x \text{ の増加量}) = \frac{1}{2} \times 4 = 2$

トライ 2

1 次関数 $y = -2x + 4$ について、次の問いに答えなさい。

① x の値が 3 から 8 まで増加するとき、次の値をそれぞれ求めなさい。

1) x の増加量

$8 - 3 = 5$

2) 変化の割合

-2

3) y の増加量

$-2 = \frac{y \text{ の増加量}}{5} \rightarrow -10$

② x の増加量が 3 であるとき、 y の増加量を求めなさい。

$-2 = \frac{y \text{ の増加量}}{3} \rightarrow -6$

発展パターン 1

▼ y は x の 1 次関数で、 x , y の値が右の表のようになるとき、次の問いに答えなさい。

1) 表の①, ②にあてはまる数を求めなさい。

x	-4	-2	0	2
y	①	-5	1	②

1 次関数では変化の割合は一定で、 x の値が 2 ずつ増加するとき、 y の値は 6 ずつ増加するはずである

$\Rightarrow$ 答え ① -11 , ② 7

2) この 1 次関数の変化の割合を求めなさい。

変化の割合 $= \frac{(y \text{ の増加量})}{(x \text{ の増加量})} = \frac{6}{2}$

$= 3$

y の増加量が、 x の増加量の何倍になるかを調べよう

答え

基本学習 ① 3

② 9

③ 2

④ 6

⑤ 2

⑥ 2

基本 ⑦ 4

⑧ $\frac{1}{2}$

⑨ 2

発展 ⑩ -11

⑪ 7

⑫ 3

トライ③

y が x の 1 次関数で、 x 、 y の値が右の表のようになるとき、次の問いに答えなさい。

x	-6	-3	0	3	6	9
y	11	8	5	2	-1	-4

① 表の空欄にあてはまる数を書きなさい。

② 変化の割合を求めなさい。

$$\text{変化の割合} = \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = \frac{-3}{3} = -1$$

変化の割合は、

P50にあるグラフの「傾き」と同じ考え方。

練習問題

たくさん解いて、解き方を工夫したり、問題に慣れよう！

1

次の㉗～㉓について、 y を x の式で表しなさい。また、 y が x の 1 次関数であるものには〔 〕に○を、そうでないものには〔 〕に×を書きなさい。◀ステップ①

㉗ 1 辺の長さ x cm の正三角形の周の長さ y cm [○]

㉘ 1 辺の長さ x cm の正方形の面積 y cm² [×] ← 3 の 2 次関数

㉙ 1 個 80 円のりんご x 個を 50 円の箱につめてもらったときの代金 y 円 [○] $y = 80x + 50$

㉚ 10 ℓ の水が入っている水そうに、毎分 2 ℓ の割合で x 分間水を入れたときの水そうの水の量 y ℓ [○] $y = 2x + 10$

㉛ 18 km はなれた目的地まで行くのに、時速 x km の速さで歩いたときにかかる y 時間 [×] $y = \frac{18}{x}$ ← 反比例

2

次の㉜～㉞の式の中で、 y が x の 1 次関数であるものをすべて選びなさい。◀ステップ①

㉜ $y = -4x$

㉝ $y = \frac{1}{3}x + 5$

㉞ $y = 2x^2$

㉟ $y = \frac{8}{x}$

㊱ $y = \frac{x}{4}$

← 3 の 2 次関数

← 反比例

3

1 次関数 $y = 3x - 4$ について、次の問いに答えなさい。◀基本①

① y の増加量は、 x の増加量のつねに何倍になるか答えなさい。

3 倍

② x の値が 2 から 5 まで増加するとき、次の値を求めなさい。

1) x の増加量

3

2) y の増加量

9

4

1 次関数 $y = -\frac{1}{2}x + 3$ について、次の問いに答えなさい。◀基本①

① 変化の割合を求めなさい。

$-\frac{1}{2}$

② x の値が次のように増加するとき、 x の増加量と y の増加量をそれぞれ求めなさい。

㉗ 0 から 4 まで

㉘ -1 から 5 まで

㉙ -5 から -3 まで

x の増加量 = 4, y の増加量 = -2 x の増加量 = 6, y の増加量 = -3 x の増加量 = 2, y の増加量 = -1

5

次の 1 次関数について、 x の増加量が 6 であるときの y の増加量をそれぞれ求めなさい。◀基本①

① $y = 3x - 2$

18

② $y = -x + 5$

-6

③ $y = -4x - 7$

-24

④ $y = \frac{1}{2}x - 1$

3

⑤ $y = -\frac{2}{3}x + 4$

-4

6

次の問いに答えなさい。◀ステップ②

① $y = 3x + 5$ で、 x の値が 2 ずつ減少していくと、 y の値はどのように変化していくか。

6 ずつ減少 (-6 ずつ増加)

② $y = -\frac{3}{4}x - 2$ で、 x の値が 4 ずつ増加していくと、 y の値はどのように変化していくか。

3 ずつ減少 (-3 ずつ増加)

7

y が x の 1 次関数で、 x 、 y の値が右の表のようになるとき、次の問いに答えなさい。◀発展①

① 表の㉗、㉘にあてはまる数を求めなさい。

② この 1 次関数の変化の割合を求めなさい。

-3

③ y の増加量が -12 のときの x の増加量を求めなさい。

4

x	-4	-2	0	2	4	6
y	16	10	㉗ 4	-2	-8	㉘ -14