関数では、式を答える問題も多くあります。早く慣れてしまおう！

3．1次関数（直線）の式の求め方

ステップ① 傾きと切片がわかる場合

ポイント 1次関数の式の求め方

1次関数（直線）の式は $y=ax+b$ なので，変化の割合（傾き）a と切片 b の値を求める。

基本パターン①

▼ 次の条件をみたす直線の式を求めなさい。

1）傾きが -3 で，切片が $\boxed{2}$

$y=a\ x+\boxed{b}$ より，$y=$ ア $\boxed{-3}$ $x+$ イ $\boxed{2}$

2）点 $(0,\ \boxed{-4})$ を通り，傾きが $\frac{1}{2}$

y 軸上の切片のこと

$y=a\ x+\boxed{b}$ より，$y=$ ウ $\boxed{\frac{1}{2}}$ $x-$ エ $\boxed{4}$

トライ① 次の条件をみたす直線の式を求めなさい。

① 傾きが2で，切片が -5

$y=2x-5$

② 点 $(0,\ 2)$ を通り，傾きが $-\frac{1}{3}$

切片

$y=-\frac{1}{3}x+2$

ステップ② 変化の割合（傾き）a と1組の x，y の値（1点の座標）がわかる場合

基本パターン②

1次関数では「変化の割合＝傾き」になる

ワザあり!! $ax+b=y$ の形に代入すると計算が楽になる。

▼ 次の条件をみたす1次関数の式を求めなさい。

1）変化の割合が 2 で，$x=1$ のとき $y=5$

1次関数の式を $y=ax+b$ として，$ax+b=y$ に代入

$$\overset{2}{a}\ \overset{1}{x}+b=\overset{5}{y}$$

与えられた数値を代入して，切片 b を求めよう

$2\times1+b=5$

$b=$ ア $\boxed{3}$

答え $y=$ イ $\boxed{2}$ $x+$ ウ $\boxed{3}$

2）x の値が3増加すると y の値は1減少し，$x=3$ のとき $y=4$

● 変化の割合 $a=\frac{-1}{3}=-\frac{1}{3}$

● $\overset{-\frac{1}{3}}{a}\ \overset{3}{x}+b=\overset{4}{y}$

$\left(-\frac{1}{3}\right)\times3+b=4$

$b=$ エ $\boxed{5}$

答え $y=$ オ $\boxed{-\frac{1}{3}}$ $x+$ カ $\boxed{5}$

ポイント 変化の割合 $a=\dfrac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}$

参考 1）の問いは，「点（1，5）を通り，傾きが 2 の直線の式」を求めることと同じである。

トライ② 次の条件をみたす1次関数の式を求めなさい。

① 変化の割合が $\frac{1}{3}$ で，$x=9$ のとき $y=1$

$y=ax+b$ として $a=\frac{1}{3}$ を代入

$y=\frac{1}{3}x+b$ に $(9,1)$ を代入

$1=3+b$　$b=-2$，よって $y=\frac{1}{3}x-2$

② x の値が1増加すると y の値は4増加し，$x=2$ のとき $y=7$

変化の割合 $=\frac{4}{1}=4$.

$y=ax+b$ として $a=4$ を代入

$y=4x+b$ に $(2,7)$ を代入

$7=8+b$

$b=-1$　よって $y=4x-1$

トライ③ 点 $(2,\ -2)$ を通り，傾きが -3 の直線の式を求めなさい。

$y=ax+b$ として $a=-3$ を代入

$y=-3x+b$ に $(2,-2)$ を代入

$-2=-6+b$

$b=4$　よって $y=-3x+4$

答え

基本1 ア -3　イ 2　ウ $\frac{1}{2}$　エ 4

基本2 ア 3　イ 2　ウ 3　エ 5　オ $-\frac{1}{3}$　カ 5

テストによく出る範囲なので、たくさん練習させておこう!

定期テストによく出る

基本パターン③

▼ 点(3 , 0)を通り，直線 $y=2x+5$ に平行な直線の式を求めなさい。

ポイント 平行な2直線は，傾きが等しい。

直線の式を $y=ax+b$ として，$ax+b=y$ に代入

$$\underset{\uparrow 2}{a}\ \underset{(3,}{x}+b=\underset{0)}{y}$$

点(3, 0)を通り，傾きが2の直線

$2\times 3+b=0$

$b=$ ㋐ -6　　答え $y=$ ㋑ 2 $x-$ ㋒ 6

トライ④ 点(4, −1)を通り，直線 $y=\frac{1}{2}x-5$ に平行な直線の式を求めなさい。

$y=ax+b$ として 平行な直線ということから

$a=\frac{1}{2}$ を代入

$y=\frac{1}{2}x+b$ に $(4,-1)$ を代入

$-1=2+b$

$b=-3$　　よって $y=\frac{1}{2}x-3$

ステップ③ 切片 b と1点の座標がわかる場合

基本パターン④

▼ 点(3 , −1)を通り，切片が $\boxed{5}$ の直線の式を求めなさい。

直線の式を $y=ax+b$ として，$ax+b=y$ に代入

(3, −1)

$a\ x+\boxed{b}=y$ より，$a\times 3+\boxed{5}=-1$

↑ 5

$3a=-6$

$a=$ ㋐ -2

答え $y=$ ㋑ -2 $x+$ ㋒ 5

トライ⑤ 点(−2, 6)を通り，切片が4の直線の式を求めなさい。

$y=ax+b$ として、切片が 4なので

$b=4$ を代入

$y=ax+4$ に $(-2,6)$ を代入

$6=-2a+4$

$a=-1$

よって $y=-x+4$

ステップ④ 2点の座標がわかる場合

2点の座標から，まず傾き a の値を求めれば，今までと同じように直線の式を求めることができる。

この問題は絶対マスターさせて下さい! 連立方程式との組合せです。

基本パターン⑤

重要

▼ 2点(−2, 6)，(4, 3)を通る直線の式を求めなさい。

● 傾き $a=\dfrac{3-6}{4-(-2)}=\dfrac{-3}{6}=$ ㋐ $-\frac{1}{2}$

ポイント 傾き $a=\dfrac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}$

● 直線の式を $y=ax+b$ として，$ax+b=y$ に $a=-\frac{1}{2}$，点(4, 3)を代入

点(−2, 6)を使ってもよい

$-\frac{1}{2}$ ↓　(4, 3)

$a\ x+b=y$

$\left(-\frac{1}{2}\right)\times 4+b=3$

$b=$ ㋑ 5

答え $y=$ ㋒ $-\frac{1}{2}$ $x+$ ㋓ 5

ワザあり! 傾きの求め方

yの増加量 −3

$(-2,\ \boxed{6}),\ (4,\ \boxed{3})$ ➡ $\dfrac{-3}{+6}=-\dfrac{1}{2}$

xの増加量 +6

と考えるとすぐ見つかるよ。

参考

2点の座標から連立方程式をつくって直線の式を求めることもできる。

$ax+b=y$ に(−2, 6)，(4, 3)を別々に代入すると，

(−2, 6)
$a\ x+b=y$

(4, 3)
$a\ x+b=y$

➡ $\begin{cases}-2a+b=6\\ 4a+b=3\end{cases}$

この連立方程式を解いて，$a=-\frac{1}{2}$，$b=5$ と求めることもできる。

しかし，傾き a の値が分数になることも多いため，左の基本パターン⑤の解き方の方が楽で，ミスも少ない。

答え　基本3 ㋐ −6 ㋑ 2 ㋒ 6　基本4 ㋐ −2 ㋑ −2 ㋒ 5　基本5 ㋐ $-\frac{1}{2}$ ㋑ 5 ㋒ $-\frac{1}{2}$ ㋓ 5

2点を通る直線の式は必ず出題されます。しっかりとおさえておきましょう!

重要

基本学習

▼ 次の2点を通る直線の傾きを求めなさい。

1) (1, 2), (3, 8)

傾き$a=\dfrac{8-2}{3-1}=\dfrac{6}{2}=$ ㋐ $\boxed{3}$

2) (−3, 2), (1, 4)

傾き$a=\dfrac{4-2}{1-(-3)}=$ ㋑ $\boxed{\frac{1}{2}}$

3) (−1, 5), (2, 4)

㋒ $\boxed{-1}$

$(-1, \boxed{5}), (2, \boxed{4})$ ⇒ 傾き$a=$ ㋓ $\boxed{-\frac{1}{3}}$

+3

トライ6 次の2点を通る直線の式を求めなさい。

① (1, 5), (4, 11)

傾き $=\dfrac{11-5}{4-1}=2$

$y=2x+b$ に(1,5)を代入

$5=2+b$ $b=3$

よって $y=2x+3$

② (−3, 2), (6, −1)

傾き $=\dfrac{-1-2}{6-(-3)}=-\dfrac{1}{3}$

$y=-\frac{1}{3}x+b$ に(−3,2)を代入

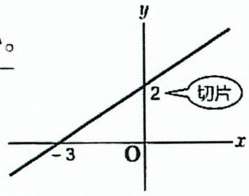
$2=1+b$ $b=1$

よって $y=-\frac{1}{3}x+1$

ステップ5 グラフから直線の式を求める

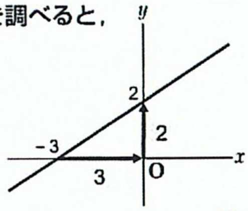
基本パターン6

▼ 右の図の直線の式を求めなさい。



● グラフより，切片は ㋐ $\boxed{2}$

● 傾きを調べると，

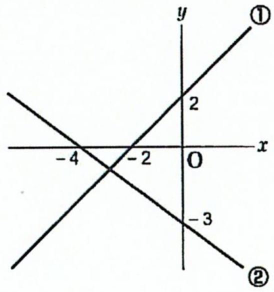


⇒ 傾きは ㋑ $\boxed{\frac{2}{3}}$

答え $y=$ ㋒ $\boxed{\frac{2}{3}}$ $x+$ ㋓ $\boxed{2}$

トライ7

右の図の直線①，②の式を求めなさい。



① $y=x+2$

② $y=-\frac{3}{4}x-3$

答え 基本学習 ㋐3 ㋑$\frac{1}{2}$ ㋒−1 ㋓$-\frac{1}{3}$ 基本6 ㋐2 ㋑$\frac{2}{3}$ ㋒$\frac{2}{3}$ ㋓2

練習問題

たくさん解いて，解き方を工夫したり，問題に慣れよう！

1 次の条件をみたす直線の式を求めなさい。 基本1

① 傾きが4で，切片が−3

$y=4x-3$

② 点(0, 5)を通り，傾きが−1

$y=-x+5$

③ 傾きが$\frac{3}{4}$で，切片が$-\frac{2}{5}$

$y=\frac{3}{4}x-\frac{2}{5}$

2 次の条件をみたす1次関数の式を求めなさい。 基本2

① 変化の割合が−2で，$x=2$のとき$y=1$

$y=-2x+5$

② 変化の割合が3で，$x=-1$のとき$y=-5$

$y=3x-2$

③ 変化の割合が$\frac{1}{4}$で，$x=8$のとき$y=-1$

$y=\frac{1}{4}x-3$

④ 変化の割合が$-\frac{1}{2}$で，$x=-4$のとき$y=8$

$y=-\frac{1}{2}x+6$

⑤ xの値が1増加するとyの値は3増加し，$x=2$のとき$y=5$

$y=3x-1$

⑥ xの値が1増加するとyの値は2減少し，$x=4$のとき$y=-2$

$y=-2x+6$

⑦ xの値が3増加するとyの値は2増加し，$x=-6$のとき$y=-2$

$y=\frac{2}{3}x+2$

⑧ xの値が4増加するとyの値は3減少し，$x=-2$のとき$y=1$

$y=-\frac{3}{4}x-\frac{1}{2}$

たくさん練習して、体でおぼえるようにしましょう。

3 次の条件をみたす直線の式を求めなさい。 基本2

① 点 (1, 3) を通り，傾きが 2　$y=2x+1$
② 点 (2, −4) を通り，傾きが −3　$y=-3x+2$
③ 点 (−3, 2) を通り，傾きが −2　$y=-2x-4$
④ 点 (4, 5) を通り，傾きが $\frac{1}{2}$　$y=\frac{1}{2}x+3$
⑤ 点 (12, 0) を通り，傾きが $-\frac{1}{4}$　$y=-\frac{1}{4}x+3$
⑥ 点 (−9, 1) を通り，傾きが $-\frac{2}{3}$　$y=-\frac{2}{3}x-5$

4 次の条件をみたす直線の式を求めなさい。 基本3

① 点 (0, −3) を通り，直線 $y=5x$ に平行な直線　$y=5x-3$
② 点 (3, −2) を通り，直線 $y=-2x-5$ に平行な直線　$y=2x+4$
③ 点 (−4, 4) を通り，直線 $y=\frac{1}{4}x-3$ に平行な直線　$y=\frac{1}{4}x+5$
④ 点 (−6, −3) を通り，直線 $y=-\frac{1}{2}x+7$ に平行な直線　$y=-\frac{1}{2}x-6$
⑤ 直線 $y=-x+2$ に平行で，直線 $y=3x-5$ と y 軸上で交わる直線　$y=-x-5$
⑥ 直線 $y=\frac{2}{3}x-1$ に平行で，直線 $y=-\frac{1}{2}x-7$ と y 軸上で交わる直線　$y=\frac{2}{3}x-7$

5 次の条件をみたす直線の式を求めなさい。 基本4

① 点 (3, 1) を通り，切片が −2　$y=x-2$
② 点 (3, 0) を通り，切片が 6　$y=-2x+6$
③ 点 (−3, 7) を通り，切片が −5　$y=4x-5$
④ 点 (4, −1) を通り，切片が −3　$y=\frac{1}{2}x-3$
⑤ 点 (−9, 7) を通り，切片が 4　$y=-\frac{1}{3}x+4$
⑥ 点 (10, 3) を通り，切片が −1　$y=\frac{2}{5}x-1$
⑦ 点 (3, 2) を通り，直線 $y=-2x+5$ と y 軸上で交わる直線　$y=-x+5$

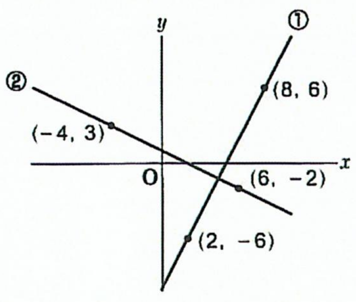
6 次の 2 点を通る直線の傾きを求めなさい。 ステップ④

① (1, 2), (4, 8)　2
② (−1, 8), (3, 4)　−1
③ (5, 6), (3, −2)　4
④ (3, 2), (5, 3)　$\frac{1}{2}$
⑤ (−3, 1), (1, 0)　$-\frac{1}{4}$
⑥ (−2, −3), (4, 1)　$\frac{2}{3}$

7 次の 2 点を通る直線の式を求めなさい。 基本5

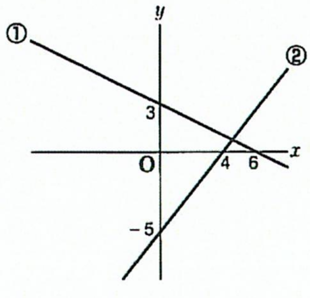
① (2, 5), (4, 9)　$y=2x+1$
② (1, 1), (−1, 3)　$y=-x+2$
③ (0, −3), (2, 5)　$y=4x-3$
④ (−2, −4), (1, 5)　$y=3x+2$
⑤ (1, 2), (3, −6)　$y=-4x+6$
⑥ (−2, −11), (3, 4)　$y=3x-5$
⑦ (3, −3), (9, −1)　$y=\frac{1}{3}x-4$
⑧ (6, 0), (−2, 4)　$y=-\frac{1}{2}x+3$
⑨ (−4, 11), (2, 2)　$y=-\frac{3}{2}x+5$

8 下の図の直線①，②の式を求めなさい。 ステップ④



① $y=2x-10$
② $y=-\frac{1}{2}x+1$

9 下の図の直線①，②の式を求めなさい。 基本6



① $y=-\frac{1}{2}x+3$
② $y=\frac{5}{4}x-5$

10 次の条件をみたす直線の式を求めなさい。 ステップ②③④

① 点 (5, −7) を通り，$y=-2x-4$ に平行な直線　$y=-2x+3$
② 2 点 (0, 4), (8, 0) を通る直線　$y=-\frac{1}{2}x+4$
③ 2 点 (−3, −3), (5, 1) を通る直線　$y=\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$
④ 点 $\left(-\frac{1}{2}, \frac{4}{3}\right)$ を通り，切片が $\frac{1}{3}$ である直線　$y=-2x+\frac{1}{3}$

中上位クラスはチャレンジさせておこう！ ⑥・⑦が解ければOK

応用問題

さあ，チャレンジしてみよう！あきらめずに最後までトライ！

1 次の問いに答えなさい。

① 点 $(2,\ -1)$ を通り，直線 $y=\frac{2}{3}x+5$ に平行な直線の式を求めなさい。 $y=\frac{2}{3}x-\frac{7}{3}$

② 直線 $y=x-4$ と x 軸上で交わり，直線 $y=3x+7$ に平行な直線の式を求めなさい。 $y=3x-12$

③ 点 $(3,\ 3)$ を通り，直線 $y=-2x+4$ と x 軸上で交わる直線の式を求めなさい。 $y=3x-6$

④ 直線 $y=4x-8$ と x 軸上で交わり，直線 $y=-\frac{1}{2}x+3$ と y 軸上で交わる直線の式を求めなさい。 $y=-\frac{3}{2}x+3$

⑤ y が x の1次関数で，x，y の値が右の表のようになるとき，y を x の式で表しなさい。

x	…	−4	−2	0	2	…
y	…	1	−2	−5	−8	…

$y=-\frac{3}{2}x-5$

2 次の問いに答えなさい。

① 2点 $(-5,\ -4)$，$(2,\ 10)$ を通る直線がある。この直線と x 軸との交点の座標を求めなさい。 $(-3, 0)$

② 2点 $(1,\ 4)$，$(a,\ -4)$ を通る直線の傾きが2であるとき，a の値を求めなさい。 $a=-3$

③ 3点 $(-4,\ 5)$，$(2,\ 2)$，$(a,\ -3)$ が一直線上にあるとき，a の値を求めなさい。 $a=12$

3 次の問いに答えなさい。

① 1次関数 $y=ax+1$ について，x の変域が $-2 \leqq x \leqq 0$ のとき，y の変域が $1 \leqq y \leqq 7$ となるような a の値を求めなさい。

$a=-3$

やや難 ② 1次関数 $y=ax+8$ について，x の変域が $-1 \leqq x \leqq 2$ のとき，y の変域が $b \leqq y \leqq 11$ となる。このとき，a，b の値を求めなさい。

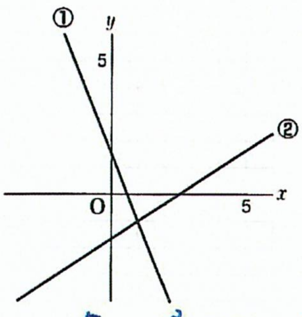
$a=\frac{3}{2}$，$b=\frac{13}{2}$ または $a=-3$，$b=2$

③ x の変域が $-1 \leqq x \leqq 5$ のとき，y の変域が $-7 \leqq y \leqq 5$ となる1次関数について，次の問いに答えなさい。

1) 変化の割合が正の値をとるとき，この1次関数の式を求めなさい。 $y=2x-5$

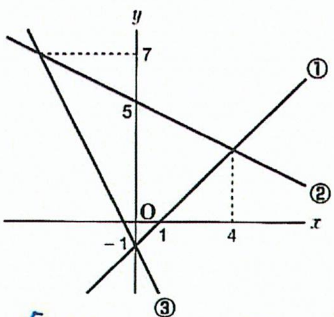
2) 変化の割合が負の値をとるとき，この1次関数の式を求めなさい。 $y=-2x+3$

4 下の図の直線①，②の式を求めなさい。



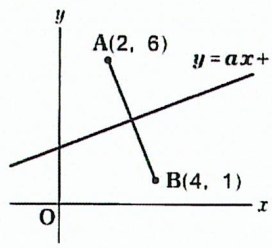
① $y=-\frac{5}{2}x+\frac{3}{2}$ ② $y=\frac{2}{3}x-\frac{5}{3}$

5 下の図の直線①〜③の式を求めなさい。



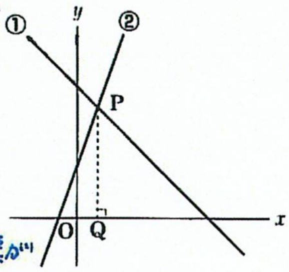
① $y=x-1$ ② $y=-\frac{1}{2}x+5$ ③ $y=-2x-1$

6 やや難 下の図で，直線 $y=ax+2$ が線分 AB 上を通るとき，a の値の範囲を不等号を使って表しなさい。



$-\frac{1}{4} \leqq a \leqq 2$

7 難 右の図のように，直線 $y=-x+7$ …①と直線 $y=2x+b$ …②がある。直線①と②の交点Pから x 軸に垂線をひき，その交点をQとする。このとき，線分PQの長さが4となるような b の値を求めなさい。ただし，b の値は2つあるものとする。



Pのy座標が4のとき
$y=-x+7$ に $y=4$ に代入
$4=-x+7$ $x=3$

よってP(3, 4)
これを $y=2x+b$ に代入
$4=6+b$
$b=-2$

同様に
Pのy座標が
−4のとき
$b=-26$