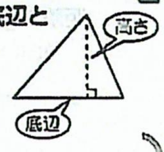
1次関数と図形を組み合わせた問題は，定期テスト～入試までよく出題されます。

6．1次関数の応用

ポイント 三角形の面積は，底辺と高さを見つけよう。

面積＝底辺×高さ×$\frac{1}{2}$



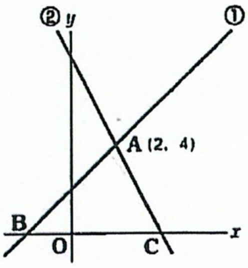
ステップ 1　1次関数のグラフと三角形の面積

よく出る

発展パターン 1

どこが底辺と高さになるかよく考えよう。

▼ 下の図のように，2直線 $y=x+2$ …①，$y=-2x+8$ …②が点A(2，4)で交わっている。また，直線①，②と x 軸との交点をそれぞれB，Cとするとき，△ABCの面積を求めなさい。



● 2点B，Cの y 座標は0だから，

$0=x+2$ ← $y=x+2$ に $y=0$ を代入

$x=-2$ ⇒ B(㋐ -2 ，0)

$0=-2x+8$ ← $y=-2x+8$ に $y=0$ を代入

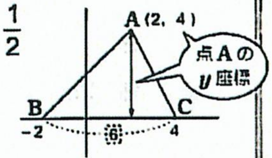
$x=$ ㋑ 4 ⇒ C(㋒ 4 ，0)

● △ABCの底辺は $\boxed{BC}$，

高さは点Aの y 座標 だから，

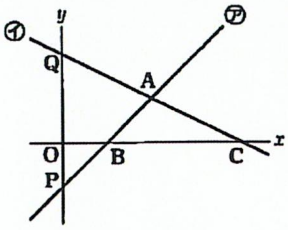
△ABC＝$\underbrace{6}_{底辺}\times\underbrace{4}_{高さ}\times\frac{1}{2}$

＝㋓ 12



トライ 1

下の図のように，2直線 $y=x-2$ …㋐，$y=-\frac{1}{2}x+4$ …㋑が点Aで交わっている。また，直線㋐，㋑と x 軸との交点をそれぞれB，C，y 軸との交点をそれぞれP，Qとするとき，次の座標や面積を求めなさい。



① 点A，B，Cの座標

A…㋐と㋑の連立方程式を解くと A(4,2)

B…㋐に y=0 を代入 B(2,0)

C…㋑に y=0 を代入 C(8,0)

② △ABCの面積

6×2×$\frac{1}{2}$＝6

③ △APQの面積

点P，Qは直線㋐，㋑の切片のこと

P(0,-2) Q(0,4)だから

6×4×$\frac{1}{2}$＝12

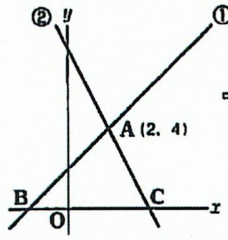
ステップ 2　三角形の面積の2等分

よく出る

発展パターン 2

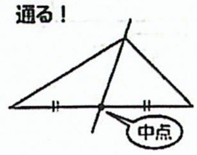
三角形の面積を2等分するということは，底辺を2等分することと同じ！

▼ 右の図のように，2直線 $y=x+2$ …①，$y=-2x+8$ …②が点A(2，4)で交わっている。また，直線①，②と x 軸との交点はそれぞれB(−2，0)，C(4，0)である。このとき，点Aを通り，△ABCの面積を2等分する直線の式を求めなさい。



ポイント

三角形の面積を，頂点を通る直線で2等分するとき，その直線は底辺の中点を通る！



● まず，BCの中点Mを求める。

B(−2, 0)　中点M　C(4, 0)

(㋐ 1 ，0)

ポイント 中点は平均点！

$\left(\frac{-2+4}{2}, \frac{0+0}{2}\right)$

x 座標の平均　y 座標の平均

● 求める直線AMを $y=ax+b$ とすると，

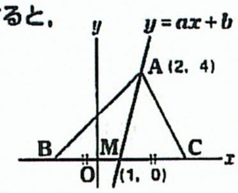
2点A(2，4)，M(1，0)を通る。

変化の割合 $a=\frac{4-0}{2-1}=$ ㋑ 4

$a\ x+b=y$ ← $ax+b=y$ に代入

$4\times1+b=0$

$b=$ ㋒ -4　答え $y=$ ㋓ 4 $x-$ ㋔ -4



参考

$ax+b=y$ にA(2，4)，M(1，0)を代入して，連立方程式 $\begin{cases}2a+b=4\\a+b=0\end{cases}$ を解いてもよい。

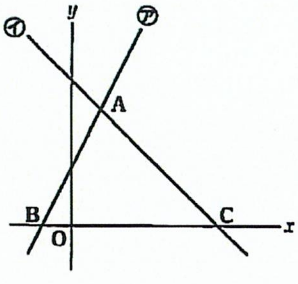
答え

発展1 ㋐ −2　㋑ 4　㋒ 4　㋓ 12

発展2 ㋐ 1　㋑ 4　㋒ −4　㋓ 4　㋔ 4

トライ②

右の図のように，2直線 $y=2x+4$ …㋐，$y=-x+10$ …㋑ が点Aで交わっている。また，直線㋐，㋑と x 軸との交点をそれぞれB，Cとするとき，次の問いに答えなさい。



① 点A，B，Cの座標をそれぞれ求めなさい。

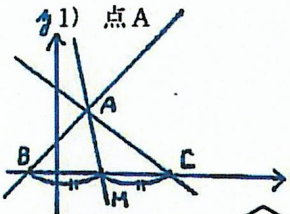
A…㋐と㋑の連立方程式を解くと
A (2, 8)

B…㋐に $y=0$ を代入
B (−2, 0)

C…㋑に $y=0$ を代入
C (10, 0)

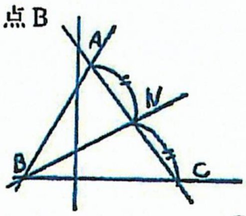
② 次の点を通り，△ABCの面積を2等分する直線の式を求めなさい。

1) 点A



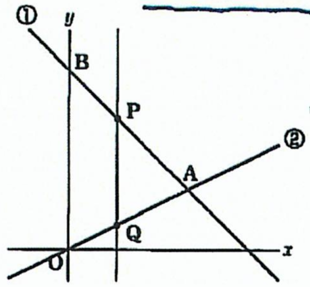
Mの座標は M (4, 0)
A (2, 8)，M (4, 0) を通る直線は
$y=-4x+16$

2) 点B



Nの座標は N (6, 4)
B (−2, 0)，N (6, 4) を通る直線は
$y=\frac{1}{2}x+1$

ステップ③ 1次関数のグラフと線分・図形



発展パターン③

入試レベルの内容ですが，必ず解かせるようにしましょう。

▼ 右の図のように，2直線 $y=-x+9$ …①，$y=\frac{1}{2}x$ …② が点Aで交わっている。また，直線①と y 軸との交点をBとし，線分AB上に x 座標が a である点Pをとる。点Pを通り y 軸と平行な直線と直線②との交点をQとするとき，次の問いに答えなさい。

1) 線分PQの長さを a の式で表しなさい。

● 点P，Qの x 座標は a だから

点Pの y 座標は，$y=-a+9$

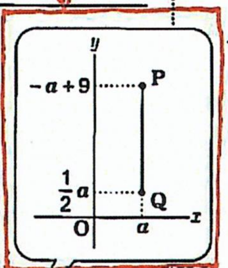
点Qの y 座標は，$y=\frac{1}{2}a$

$y=-x+9$，$y=\frac{1}{2}x$ に $x=a$ を代入

● 線分PQの長さ=(点Pの y 座標)−(点Qの y 座標)

$=(-a+9)-\frac{1}{2}a=$ ㋐ $\boxed{-\frac{3}{2}}$ $a+9$

これが少し難しい



2) 線分PQの長さが6のとき，a の値を求めなさい。

1) より，線分PQの長さは $-\frac{3}{2}a+9$

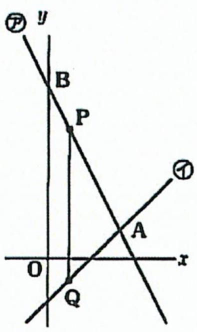
よって，$-\frac{3}{2}a+9=6$

$-3a+18=12$ 両辺を2倍して

$a=$ ㋑ $\boxed{2}$

トライ③

右の図のように，2直線 $y=-2x+12$ …㋐，$y=x-3$ …㋑ が点Aで交わっている。また，直線㋐と y 軸との交点をBとし，線分AB上に x 座標が a である点Pをとる。点Pを通り y 軸と平行な直線と直線㋑との交点をQとするとき，次の問いに答えなさい。



① $a=4$ のとき，線分PQの長さを求めなさい。

㋐に $x=4$ を代入 → Pの y 座標…4
㋑に $x=4$ を代入 → Qの y 座標…1
よってPQの長さは 3

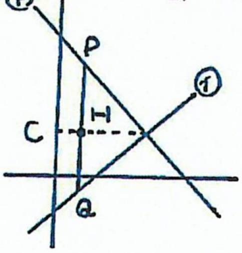
② 線分PQの長さを a の式で表しなさい。

Pの y 座標…$-2a+12$
Qの y 座標…$a-3$
よってPQの長さは $(-2a+12)-(a-3)$
$=-3a+15$

③ 線分PQの長さが12のとき，次の問いに答えなさい。

1) a の値を求めなさい。

$-3a+15=12$
$a=1$



2) △APQの面積を求めなさい。

㋐と㋑の連立方程式を解くと
A (5, 2)
AH = 5−1 = 4
よって $12\times4\times\frac{1}{2}=24$

答え
発展③ ㋐ $-\frac{3}{2}$
㋑ 2

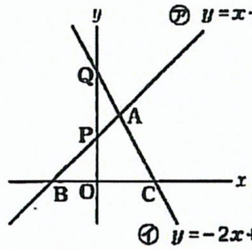
難しい問題もあるが、しっかり解いて、身につけよう！テスト必出！

練習問題

たくさん解いて，解き方を工夫したり，問題に慣れよう！

1 次の図のように，2直線㋐，㋑が点Aで交わっている。また，直線㋐，㋑とx軸との交点をそれぞれB，C，y軸との交点をそれぞれP，Qとするとき，①～③の場合について，座標や面積を求めなさい。 発展1

①

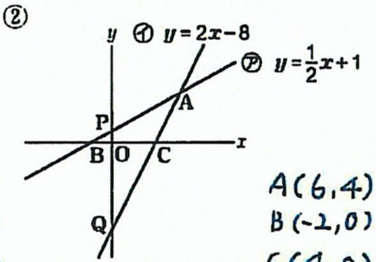


1) 点A，B，Cの座標　A(2,6)　B(-4,0)　C(5,0)

2) △ABCの面積　27

3) △APQの面積　6

②

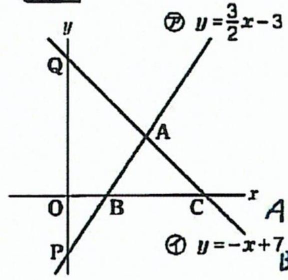


1) 点A，B，Cの座標　A(6,4)　B(-2,0)　C(4,0)

2) △ABCの面積　12

3) △APQの面積　27

③

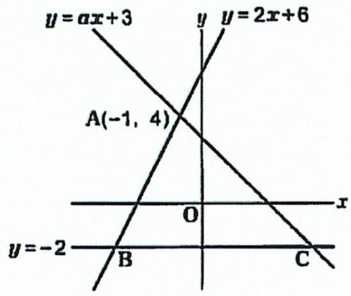


1) 点A，B，Cの座標　A(4,3)　B(2,0)　C(7,0)

2) △ABCの面積　$\frac{15}{2}$

3) △APQの面積　20

2 右の図のように，2直線$y=2x+6$，$y=ax+3$が点A(−1，4)で交わっている。また，この2直線が直線$y=-2$とそれぞれB，Cで交わっている。このとき，次の問いに答えなさい。 ステップ1



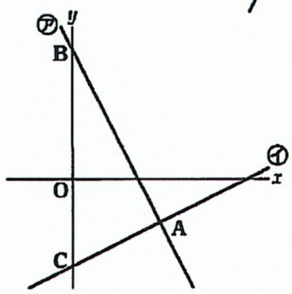
① aの値を求めなさい。　$a=-1$

② 線分BCの長さを求めなさい。　9

③ △ABCの面積を求めなさい。

$9\times6\times\frac{1}{2}=27$

3 右の図のように，2直線$y=-2x+6$…㋐，$y=\frac{1}{2}x-4$…㋑が点Aで交わっている。また，直線㋐，㋑とy軸との交点をそれぞれB，Cとするとき，次の問いに答えなさい。 発展2

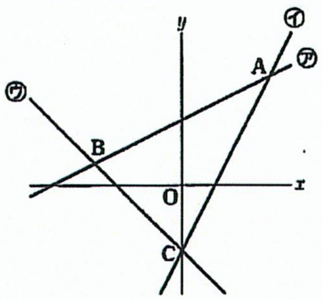


① 点Aの座標を求めなさい。　(4,-2)

② 次の点を通り，△ABCの面積を2等分する直線の式を求めなさい。

1) 点A　$y=-\frac{3}{4}x+1$　　2) 点B　$y=-\frac{9}{2}x+6$

4 右の図のように，3直線$y=\frac{1}{2}x+3$…㋐，$y=2x-3$…㋑，$y=-x-3$…㋒がある。また，3直線の交点を，図のようにA，B，Cとするとき，次の問いに答えなさい。 発展2

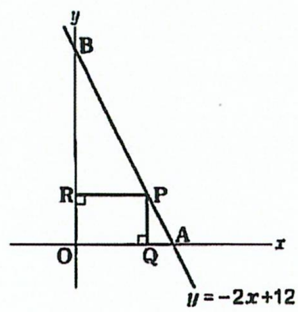


① 3点A，B，Cの座標を求めなさい。　A(4,5)　B(-4,1)　C(0,-3)

② 次の点を通り，△ABCの面積を2等分する直線の式を求めなさい。

1) 点A　$y=x+1$　　2) 点B　$y=1$

5 右の図のように，直線$y=-2x+12$がx軸，y軸とそれぞれ点A，Bで交わっている。また，線分AB上にx座標がaである点Pをとり，x軸，y軸にそれぞれ垂線PQ，PRをひく。このとき，次の問いに答えなさい。 発展3

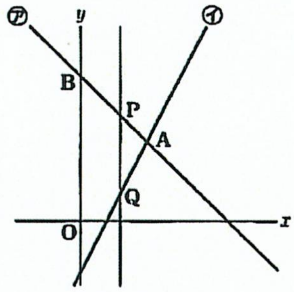


① 線分PQ，PRの長さを，それぞれaの式で表しなさい。　PQ… $-2a+12$　PR… a

② PQ=PRとなるとき，次の問いに答えなさい。

1) 点Pの座標を求めなさい。　(4,4)　　2) △BPRの面積を求めなさい。　16

6 右の図のように，2直線 $y=-x+11$ …㋐，$y=2x-4$ …㋑ が点Aで交わっている。また，直線㋐と y 軸との交点をBとし，線分AB上に x 座標が a である点Pをとる。点Pを通り y 軸と平行な直線と直線㋑との交点をQとするとき，次の問いに答えなさい。 基礎3



① 線分PQの長さを，a の式で表しなさい。 $-3a+15$

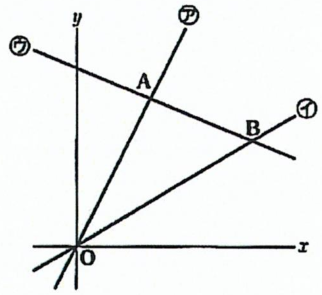
② 線分PQの長さが6のとき，次の問いに答えなさい。

1) 点Pの座標を求めなさい。 (3, 8)　　2) △APQの面積を求めなさい。 6

中上位クラスはチャレンジしよう！

応用問題 さあ，チャレンジしてみよう！あきらめずに最後までトライ！

1 右の図のように，3直線 $y=2x$ …㋐，$y=\frac{1}{2}x$ …㋑，$y=-\frac{1}{2}x+10$ …㋒ がある。直線㋐と㋒の交点をA，直線㋑と㋒の交点をBとするとき，次の問いに答えなさい。



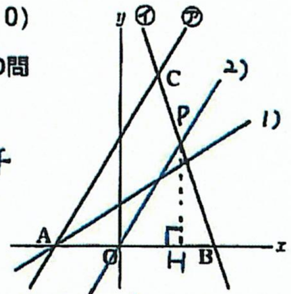
① 点A，Bの座標をそれぞれ求めなさい。 A(4, 8)　B(10, 5)

② △OABの面積を求めなさい。 30

③ 点Bを通り，△OABの面積を2等分する直線の式を求めなさい。

$y=\frac{1}{8}x+\frac{15}{4}$

2 右の図で，直線㋐は x 軸上の点Aを通り，傾きが $\frac{3}{2}$ の直線である。直線㋑は点B(8, 0)を通る直線である。また，直線㋐，㋑は点C(4, 12)で交わっている。このとき，次の問いに答えなさい。



① 直線㋐，㋑の式をそれぞれ求めなさい。 ㋐ $y=\frac{3}{2}x+6$　㋑ $y=-3x+24$

② △ABCの面積を求めなさい。 72

③ 次の点を通り，△ABCの面積を2等分する直線の式を求めなさい。

1) 点A　$y=\frac{3}{5}x+\frac{12}{5}$

やや難 2) 原点O

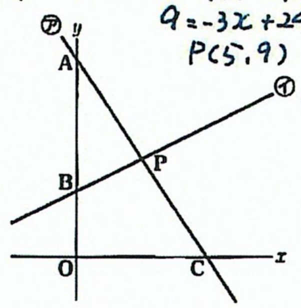
$\triangle POB=\frac{1}{2}\triangle ABC$
$=\frac{1}{2}\times72=36$

$\triangle POB=OB\times PH\times\frac{1}{2}$
$=4PH$

$4PH=36$
$PH=9$
$y=-3x+24$
P(5, 9)

よって
$y=\frac{9}{5}x$

3 やや難 右の図のように，2直線 $y=-\frac{3}{2}x+6$ …㋐，$y=ax+2$ …㋑ が点Pで交わっている。また，直線㋐，㋑が y 軸と交わる点をそれぞれA，Bとし，直線㋐が x 軸と交わる点をCとする。このとき，次の問いに答えなさい。

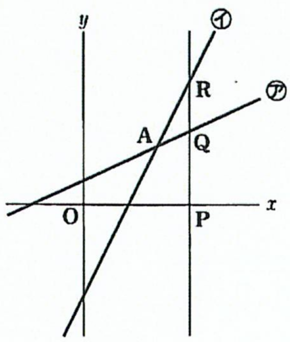


① △AOCの面積を求めなさい。 12

② △AOCの面積が，△ABPの面積の3倍となるとき，次の問いに答えなさい。

1) 点Pの座標を求めなさい。 (2, 3)　　2) a の値を求めなさい。 $a=\frac{1}{2}$

4 やや難 右の図のように，2直線 $y=\frac{1}{2}x+1$ …㋐，$y=2x-4$ …㋑ が点Aで交わっている。また，点Aよりも右側で，x 軸上の点Pを通り y 軸に平行な直線と，直線㋐，㋑との交点をそれぞれQ，Rとする。PQ＝QRとなるとき，点Pの x 座標を求めなさい。



Pの x 座標を a とすると
Qの x 座標は a，y 座標は $\frac{1}{2}a+1$
Rの x 座標は a，y 座標は $2a-4$

PQ＝QRより PR＝2PQ
よって
$2a-4=2(\frac{1}{2}a+1)$
$a=6$