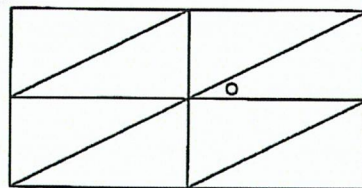


IV 平行と合同

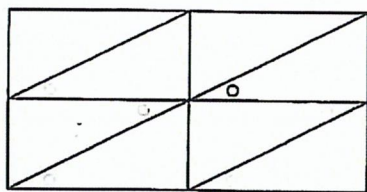
わかるかな?



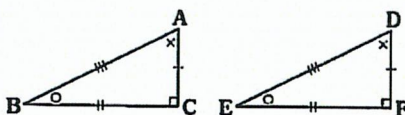
ある建物の床には、右のような、合同な直角三角形を何枚も並べたタイルがはってあった。
このとき、図の中の○印と大きさの等しい角を見つけて、その角に○印をつけよう。



合同な図形では、対応する角の大きさは等しいので、ひっくり返して見たりして、同じ の位置に○印をつけられよう。



確認 合同な図形の性質



2つの図形がぴったりと重なり合うとき、2つの図形は **合同** であるといい、対応する線分の長さや角の大きさは等しくなる。

これから学習する、図形の新しい調べ方!

ここでは、平面図形の中でいろいろな角を求めたり、多角形における角の性質を学習する。また、合同な図形の見つけ方や、合同な図形の性質についても、もっと深く調べてみよう。

1. 平行線と角

ステップ 1 たいしょうかく 対頂角

2つの直線が交わってできる角のうち、向かい合う角を **対頂角** という。

【対頂角の性質】… 対頂角は等しい。

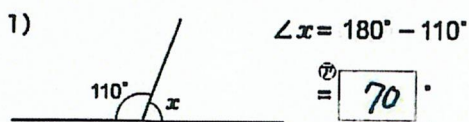
ポイント

対頂角



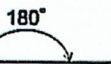
基本学習

▼ 次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



確認

①



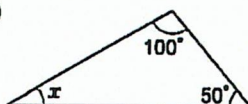
②

三角形の3つの角の和は 180°



$$\bigcirc + x + \triangle = 180^\circ$$

2)

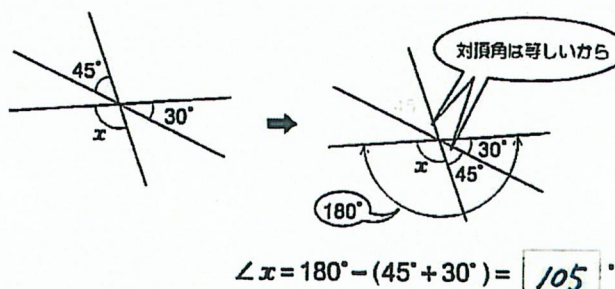


$$\angle x = 180^\circ - (100^\circ + 50^\circ)$$

⑧ $\boxed{30}$

基本パターン ①

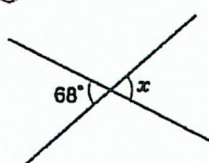
▼ 次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



ドライ ①

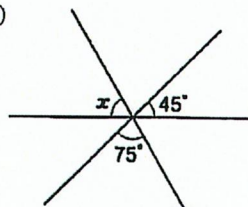
次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

①



$$\angle x = 68^\circ$$

②

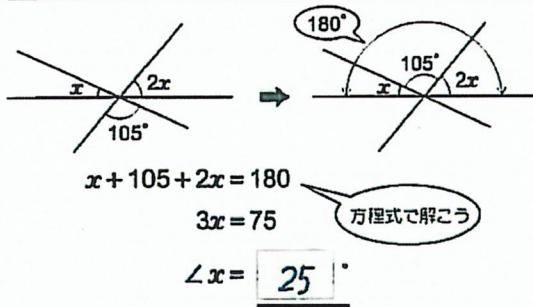


$$180^\circ - (45^\circ + 75^\circ)$$

$$\angle x = 60^\circ$$

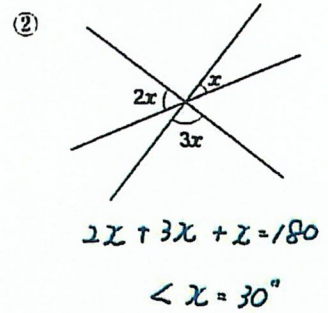
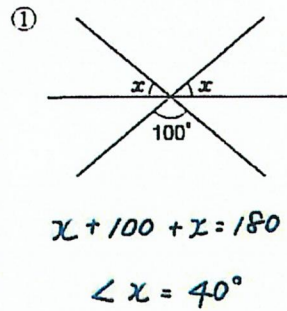
発展パターン①

▼ 次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



トライ②

次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



ステップ② 同位角・錯角

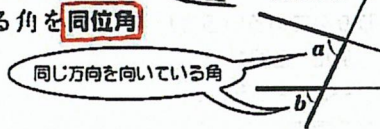
あひびひく証明の問題で、「同位角」「錯角」「対頂角」をよく使います。

2つの直線に1つの直線が交わってできる角には、次の2種類がある。

- ① 右の図で、 $\angle a$ と $\angle b$ のよう
な位置にある角を**同位角**
という。

ポイント

同位角



- ② 右の図で、 $\angle a$ と $\angle c$ のよう
な位置にある角を**錯角**という。

ポイント

錯角

漢字ひきょう

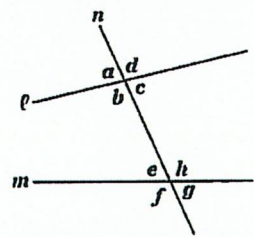
英文字のZのような形にはさまれた角



基本学習

▼ 右の図のように、2直線 l 、 m に1つの直線 n が交わってできる角について、次の問に答えなさい。

- $\angle c$ の同位角は \angle g である。
- $\angle c$ の錯角は \angle e である。
- $\angle b$ と $\angle h$ を 錯 角という。
- $\angle a$ と $\angle e$ を 同位 角という。



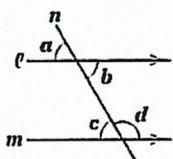
ステップ③ 平行線と角

2つの直線 l 、 m に1つの直線 n が交わるとき、次のことが成り立つ。

ポイント

平行線と同位角・錯角

【平行線の性質】



$l \parallel m$ ならば、次の①～③が成り立つ。

- ① 同位角は等しい ($\angle a = \angle c$)
- ② 錯角は等しい ($\angle b = \angle c$)
- ③ $\angle b + \angle d = 180^\circ$

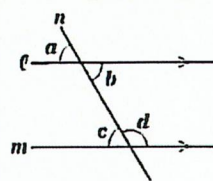
【平行線になるための条件】

① 同位角が等しい ($\angle a = \angle c$)
② 錯角が等しい ($\angle b = \angle c$)
③ $\angle b + \angle d = 180^\circ$

①～③のいずれかが成り立つならば、 $l \parallel m$ である。

基本学習 平行線の性質②、③の説明

▼ 下の図のように、2つの平行な直線 l 、 m に1つの直線 n が交わっているとき、次のことについて考えよう。



1) 【平行線の性質②の説明】

対頂角 だから、 $\angle a = \angle$ b

$l \parallel m$ より、同位角 $\angle a$ 、 $\angle c$ において、 $\angle a = \angle c$

よって、錯角 $\angle b$ 、 $\angle c$ においても、 $\angle b$ = $\angle c$

2) 【平行線の性質③の説明】

$\angle c + \angle d = 180^\circ$

1) より、 $\angle b = \angle c$ だから

$\angle b + \angle d =$ 180

答え

発展① 25

基本学習

① a ② e ③ 錯 ④ 同位

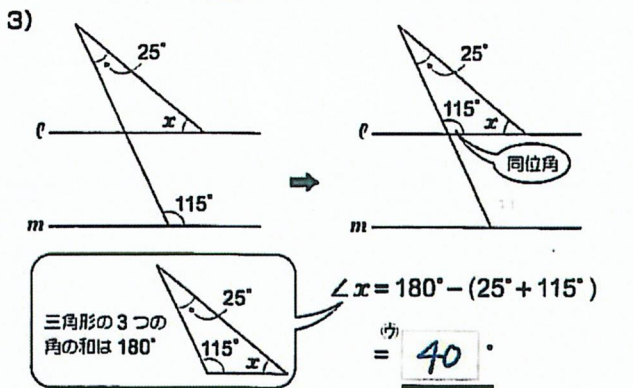
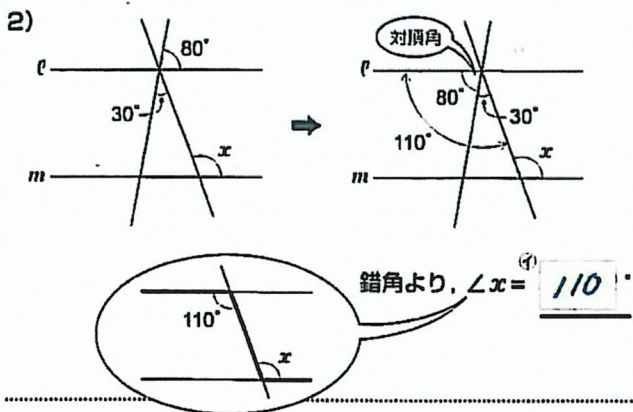
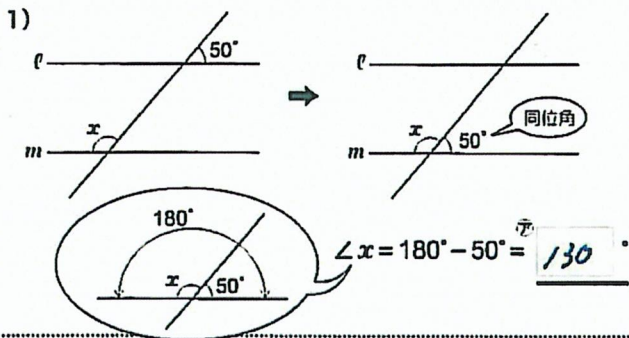
基本学習

① b ② = ③ 180

角度をひかめる問題は、定期テストによく出るので、覚えておきましょう。

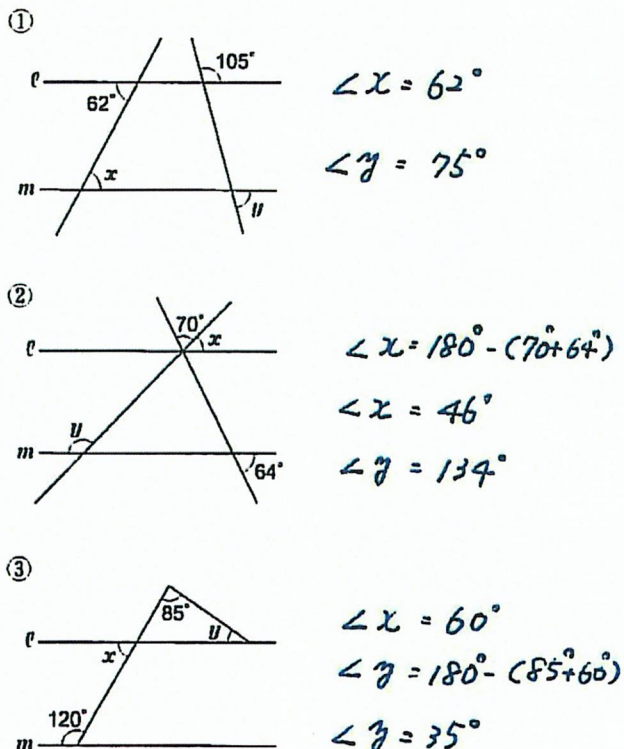
基本パターン②

▼ 次の図で、 $l \parallel m$ のとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



ドライ③

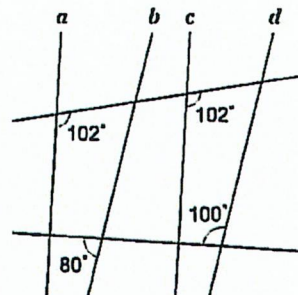
次の図で、 $l \parallel m$ のとき、 $\angle x$ 、 $\angle y$ の大きさを求めなさい。



ドライ④

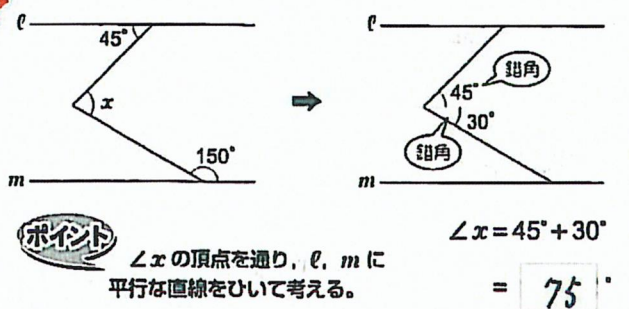
右の図の直線 $a \sim d$ のうち、平行である直線の組を、記号 \parallel を使って表しなさい。

$a \parallel c$
 $b \parallel d$



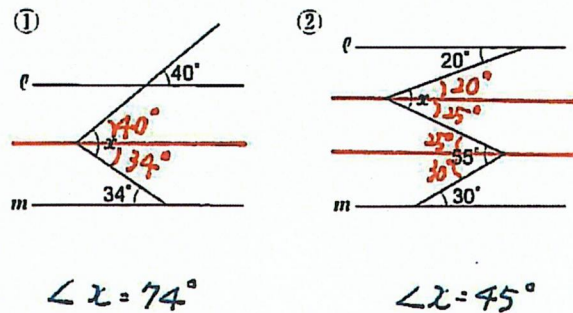
発展パターン②

▼ 次の図で、 $l \parallel m$ のとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



ドライ⑤

次の図で、 $l \parallel m$ のとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



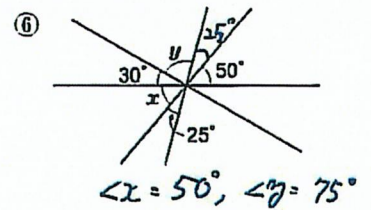
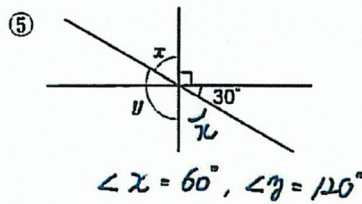
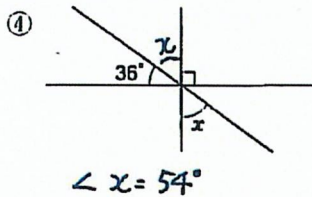
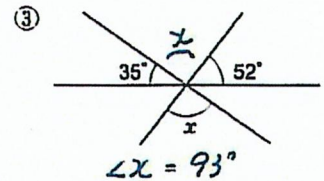
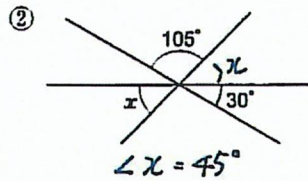
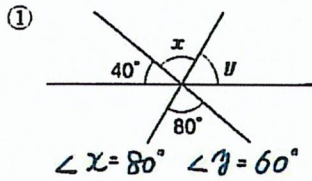
全クラス 確実に解けるようにしよう! 中2数学のポイントは点と角のつくりかた!!

練習問題

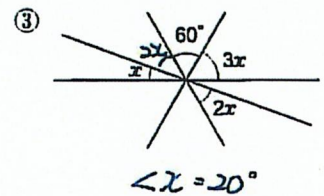
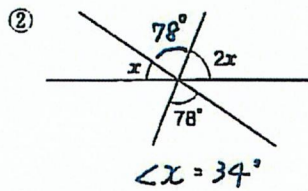
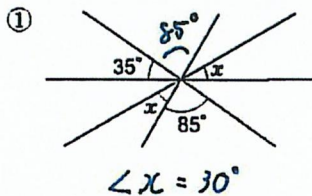


たくさん解いて、解き方を工夫したり、問題に慣れよう!

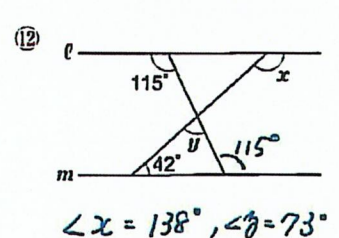
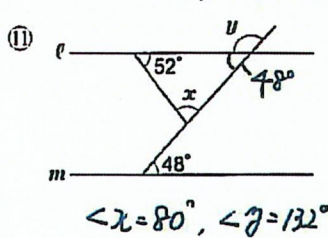
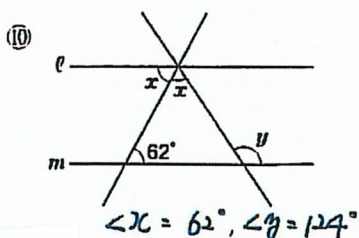
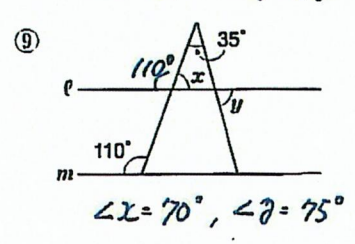
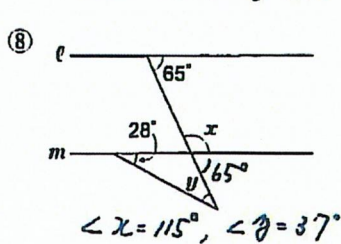
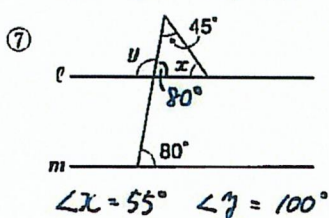
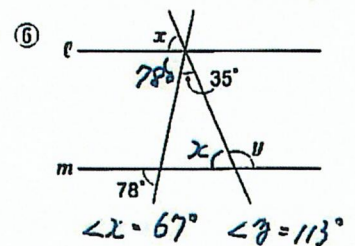
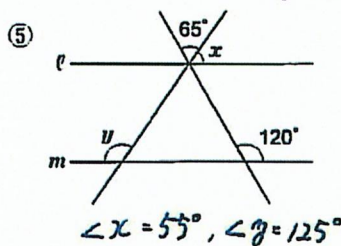
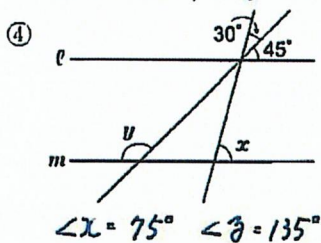
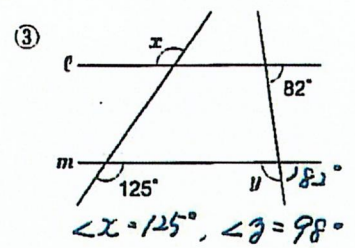
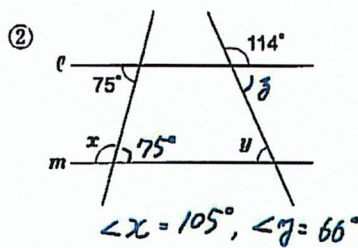
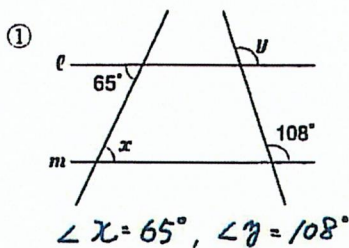
1 次の図で、 $\angle x$ 、 $\angle y$ の大きさを求めなさい。 **基本1**



2 次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。 **発展1**



3 次の図で、 $l \parallel m$ のとき、 $\angle x$ 、 $\angle y$ の大きさを求めなさい。 **基本2**

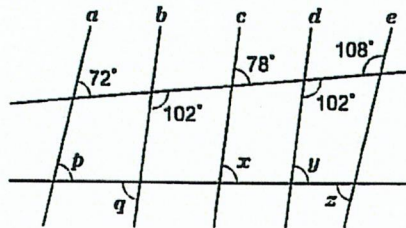


4 次の問いに答えなさい。 **ステップ 3**

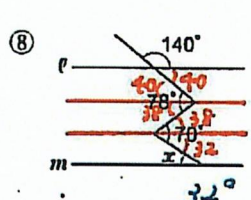
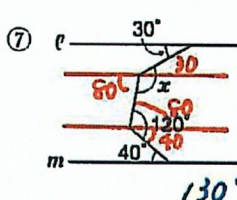
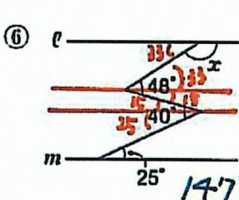
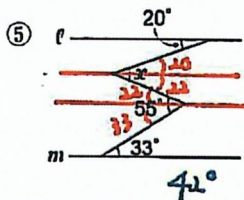
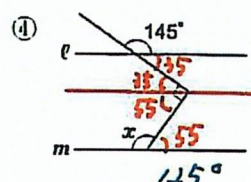
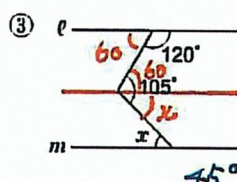
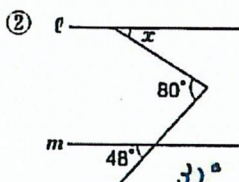
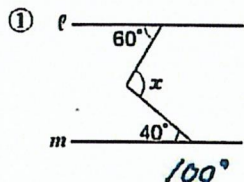
① 右の図の直線 $a \sim e$ のうち、平行である直線の組を、記号 \parallel を使って表しなさい。
 $a \parallel e, b \parallel c \parallel d$

② 右の図の $\angle p, \angle q, \angle x, \angle y, \angle z$ のうち、等しい角の組を、等号を使って表しなさい。

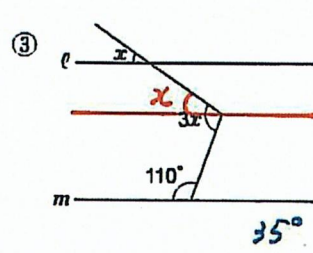
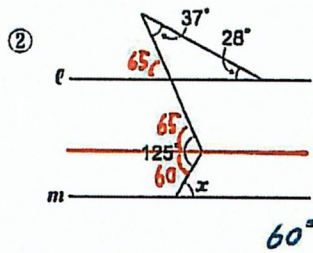
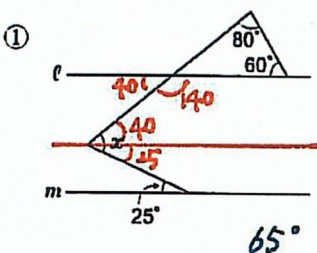
$$\angle p = \angle z, \angle q = \angle x = \angle y$$



5 次の図で、 $l \parallel m$ のとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。 **発展 2**



6 次の図で、 $l \parallel m$ のとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。 **発展 2**

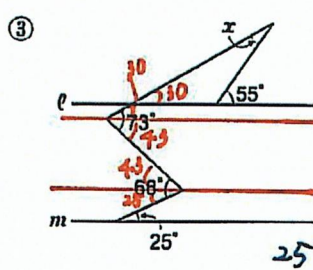
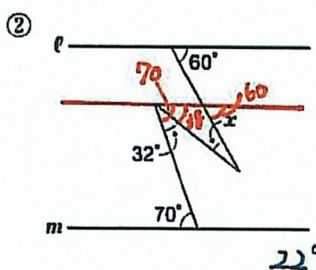
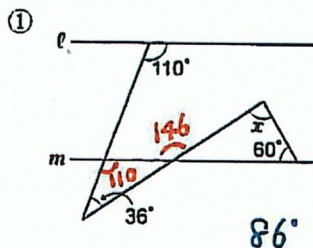


応用問題

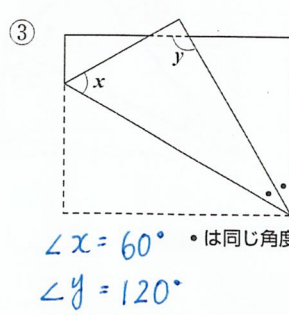
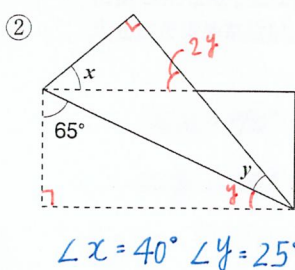
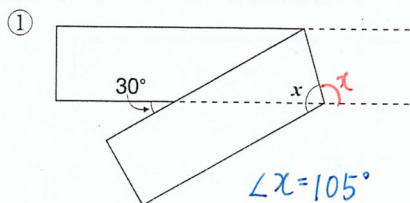
さあ、チャレンジしてみよう!!! あきらめずに最後までトライ!!!

全クラス チャレンジさせましょう。そこそこ難しい問題にはありません。

1 次の図で、 $l \parallel m$ のとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



2 長方形を折り返した次の図で、 $\angle x, \angle y$ の大きさをそれぞれ求めなさい。



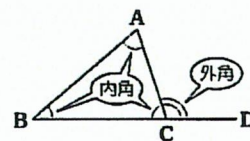
外角の性質をきちんと理解させよう。この便利な解くスピードがわかってもらう。

2. 三角形と角

ステップ ① 三角形の内角と外角

ポイント 三角形の内角と外角

右の「ポイント」のように、 $\angle ACD$ を頂点Cにおける外角という。それに対して、 $\triangle ABC$ の3つの角 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ を内角という。



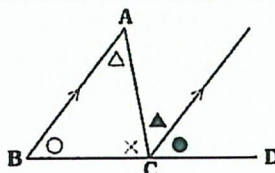
基本学習

▼ 平行線と角の性質を使って、三角形の内角と外角の性質について調べよう。

- 右の図の $\triangle ABC$ で、辺BCの延長線CDと、点Cを通り辺ABに平行な直線をひく。

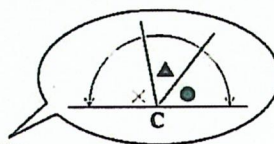
平行線の錯角は等しいから、 $\triangle = \blacktriangle$

平行線の同位角は等しいから、 $\bigcirc = \bullet$



よって、 $\triangle ABC$ の内角の和を考えてみると、 $\bigcirc + \triangle + \times = \bullet + \blacktriangle + \times = 180^\circ$

- また、 $\triangle ABC$ の外角 $\angle ACD$ について、 $\angle ACD = \bigcirc + \triangle$ であることもわかる。



大切

ポイント

三角形の内角・外角の性質

- ① 三角形の3つの内角の和は 180° である。
- ② 三角形の1つの外角は、それととなり合わない2つの内角の和に等しい。



ワザあり

「スリッパ型」

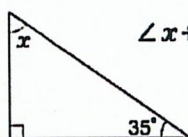
三角形の外角の性質を、「スリッパ」の形で覚えよう。



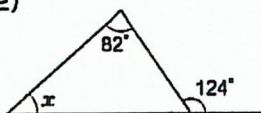
基本パターン ①

▼ 次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

1) $\angle x + 90^\circ + 35^\circ = 180^\circ$ (内角の和は 180°)
 $\angle x = 180^\circ - (90^\circ + 35^\circ)$
 $= 55^\circ$



2) $\angle x + 82^\circ = 124^\circ$ (2つの内角の和 外角 $\angle x + 82^\circ = 124^\circ$)
 $\angle x = 124^\circ - 82^\circ$
 $= 42^\circ$

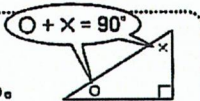


ワザあり

直角三角形の角の求め方

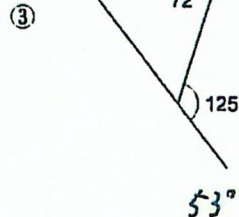
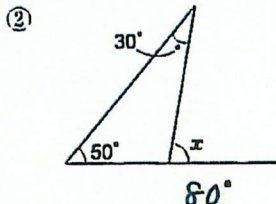
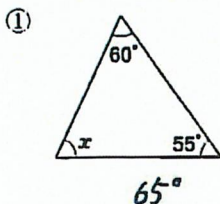
直角三角形は、直角以外の2つの角の和が 90° になる。

1) では、 $\angle x = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$ と求めると計算が楽になる。



トライ ①

次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



2)と3)はよく出る! パターンがあるのぞ おぼえさせておこう!

ステップ 2 三角形の内角・外角を使ったいろいろな問題

基本パターン 2

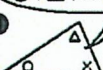
▼ 次の図で、 $\angle x$ 、 $\angle y$ の大きさを求めなさい。

確認

三角形の内角・外角

$$\bigcirc + \triangle + \times = 180^\circ$$

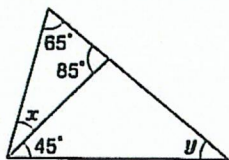
①



②

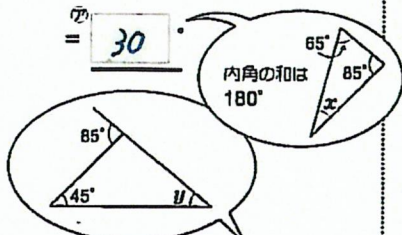


1)



$$\bullet \angle x = 180^\circ - (65^\circ + 85^\circ)$$

$$= 30$$



$$\bullet \angle y = 85^\circ - 45^\circ = 40$$

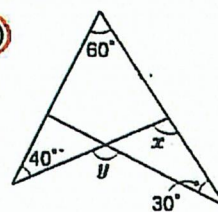
$$\bullet \angle x = 30^\circ + 45^\circ$$

$$= 75$$

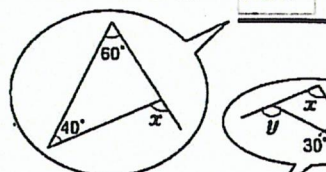
$$\bullet \angle y = \angle x - 50^\circ$$

$$= 25$$

③



$$\bullet \angle x = 40^\circ + 60^\circ = 100$$



$$\bullet \angle y = \angle x + 30^\circ = 130$$



「チョウチョ型」



$\angle x = \triangle + \bigcirc$, $\angle x = \triangle + \bullet$ より

$$\triangle + \bigcirc = \triangle + \bullet$$

2) では、 $\angle y + 50^\circ = 30^\circ + 45^\circ$ で求められる。

「矢じり型」



「スリッパ型」を2回使って考えると

$$\angle x = \bigcirc + \triangle + \times$$

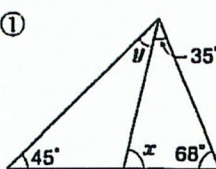
3つの角の和

3) では、 $\angle y = 40^\circ + 60^\circ + 30^\circ$ で求められる。

ドライ 2

次の図で、 $\angle x$ 、 $\angle y$ の大きさを求めなさい。

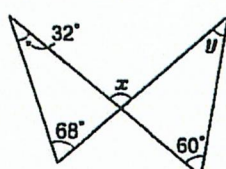
①



$$\angle x = 180^\circ - (35^\circ + 68^\circ) = 77^\circ$$

$$\angle y = \angle x - 45^\circ = 32^\circ$$

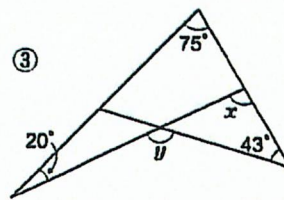
②



$$\angle x = 32^\circ + 68^\circ = 100^\circ$$

$$\angle y = \angle x - 60^\circ = 40^\circ$$

③



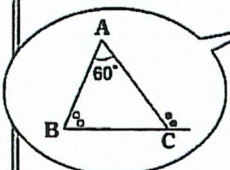
$$\angle x = 20^\circ + 75^\circ = 95^\circ$$

$$\angle y = \angle x + 43^\circ = 138^\circ$$

発展パターン 1

▼ 右の図で、同じ印がついた角の大きさが等しいとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

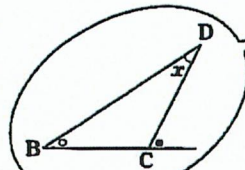
• $\triangle ABC$ で、内角・外角の性質より、



$$\bullet - \bigcirc = 60^\circ$$

$$\bullet - \bigcirc = 30^\circ$$

• $\triangle BCD$ で、内角・外角の性質より、

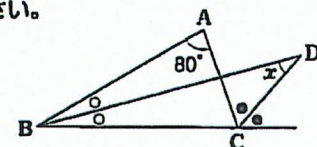


$$\angle x = \bullet - \bigcirc$$

$$= 30$$

ドライ 3

下の図で、同じ印がついた角の大きさが等しいとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



$\triangle ABC$ の外角より

$$\bullet - \bigcirc = 80^\circ$$

$$\text{よって } \bullet - \bigcirc = 40^\circ$$

$\triangle BCD$ の外角より

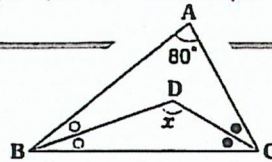
$$\bullet - \bigcirc = x \text{ だから } 40^\circ$$

答え 基本2 ① 30 ② 40 ③ 75 ④ 25 ⑤ 100 ⑥ 130 発展 30

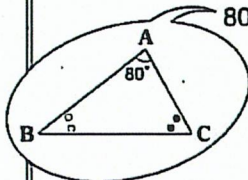
定期テストによく見かける問題だよ。パターン化されているの。ちゃんと数えてみよう。

発展パターン (2)

▼ 右の図で、同じ印がついた角の大きさが等しいとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



• $\triangle ABC$ の内角の和は 180° だから、 • $\triangle DBC$ の内角の和は 180° だから、



$$80^\circ + \text{○} + \text{□} = 180^\circ$$

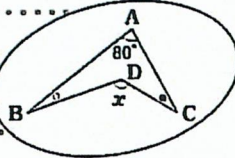
$$\text{○} + \text{□} = 100^\circ$$

$$\text{○} + \text{○} = 50^\circ$$

$$\begin{aligned} \angle x &= 180^\circ - (\text{○} + \text{○}) \\ &= 180^\circ - 50^\circ \\ &= 130^\circ \end{aligned}$$

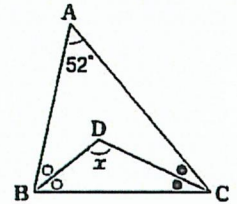
【参】 「矢じり型」を使って解くこともできる。

$$\angle x = 80^\circ + \text{○} + \text{○} = 80^\circ + 50^\circ = 130^\circ$$



ドライ④

下の図で、同じ印がついた角の大きさが等しいとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



$$52^\circ + \text{○} + \text{□} = 180^\circ$$

$$\text{○} + \text{□} = 128^\circ$$

$$\text{○} + \text{○} = 64^\circ$$

$$\angle x = 180^\circ - (\text{○} + \text{○}) = 116^\circ$$

ステップ ③

三角形の角による分類 **ここはあまり重要ではないが、単元としてみてもいい**

0° より大きく 90° より小さい角を鋭角、 90° より大きく 180° より小さい角を鈍角という。三角形は、その内角の大きさによって、次のように分類できる。

ポイント

三角形の角による分類

① 鋭角三角形

3つの角がすべて鋭角である三角形



② 直角三角形

1つの角が直角である三角形



③ 鈍角三角形

1つの角が鈍角である三角形



【参】

最も大きい内角が、鋭角、直角、鈍角のどれであるかで分類してもよい。

基本パターン (3)

▼ 2つの内角の大きさが次のような三角形は、鋭角三角形、直角三角形、鈍角三角形のどれか。

1) $50^\circ, 70^\circ$

$$\text{残りの内角は、} 180^\circ - (50^\circ + 70^\circ) = 60^\circ$$

3つの角がすべて鋭角

答え

鋭角 三角形

2) $20^\circ, 45^\circ$

$$\text{残りの内角は、} 180^\circ - (20^\circ + 45^\circ) = 115^\circ$$

1つの角が鈍角

答え

鈍角 三角形

ドライ⑤

右の㉗～㉙の角を、鋭角、直角、鈍角に分けて、記号で答えなさい。

鋭角 ア エ

直角 ウ

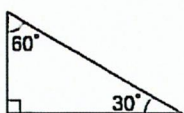
鈍角 イ

㉗ 25°	㉙ 145°
㉘ 90°	㉚ 86°

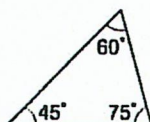
ドライ⑥

次の三角形㉗～㉙を、鋭角三角形、直角三角形、鈍角三角形に分けて、記号で答えなさい。

㉗



㉘



㉙



㉚ 2つの内角が $35^\circ, 40^\circ$ である三角形

㉛ 2つの内角が $25^\circ, 65^\circ$ である三角形

㉜ 2つの内角が $24^\circ, 86^\circ$ である三角形

鋭角三角形 イ カ

直角三角形 ア エ

鈍角三角形 ウ エ

答え

発展② 130

基本③ ア 60

㉗ 鋭角

㉘ 115

㉙ 鈍角

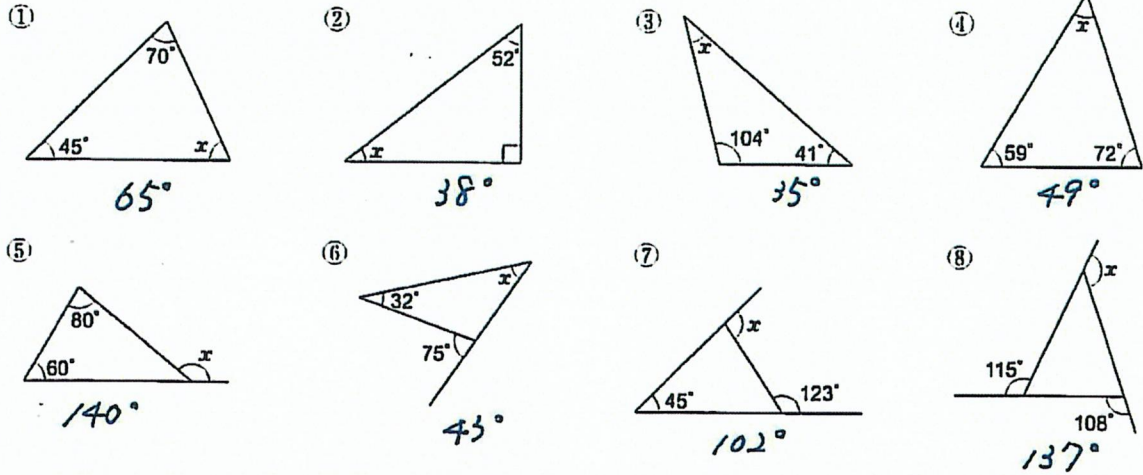
練習問題



たくさん解いて、解き方を工夫したり、問題に慣れよう！

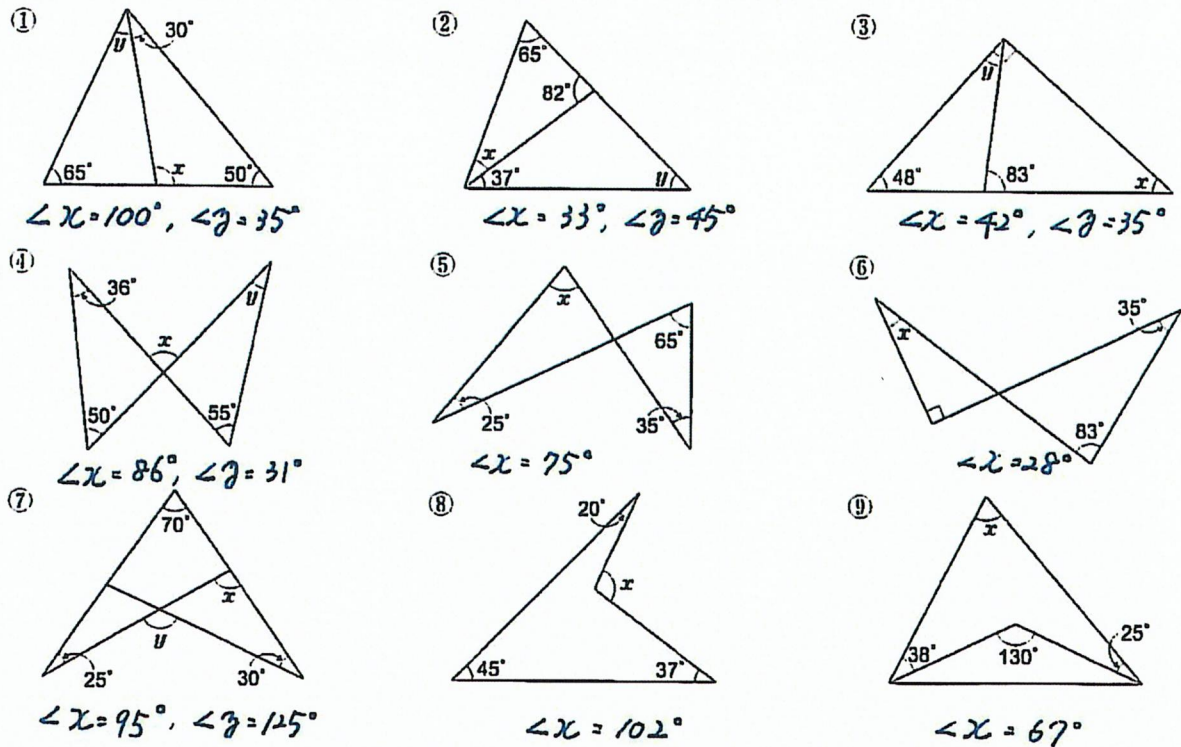
1

次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。 基本1



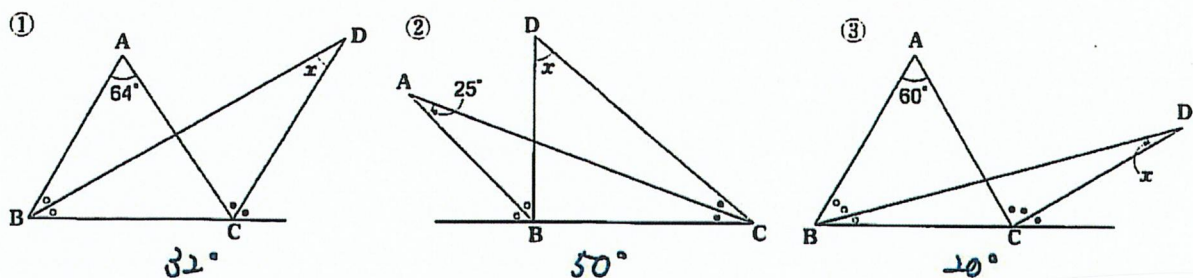
2

次の図で、 $\angle x$ 、 $\angle y$ の大きさを求めなさい。 基本2

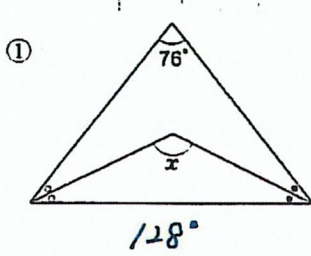


3

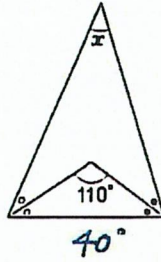
次の図で、同じ印がついた角の大きさが等しいとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。 発展1



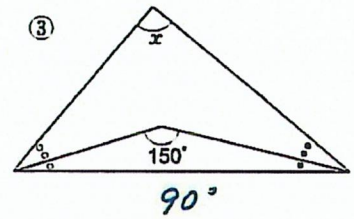
4

次の図で、同じ印がついた角の大きさが等しいとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。【発展2】

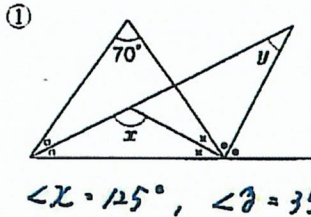
②



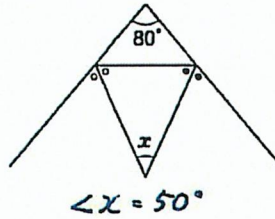
③



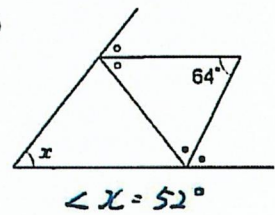
5

次の図で、同じ印がついた角の大きさが等しいとき、 $\angle x$ 、 $\angle y$ の大きさを求めなさい。【発展1】 【発展2】

②



③



6

次の㉗～㉙の角の中から、後の問いにあてはまる角をすべて選び、記号で答えなさい。【ステップ3】

㉗ 125°	㉘ 90°	㉙ 87°	㉚ 30°	㉛ 172°
--------	-------	-------	-------	--------

① 鋭角

② 直角

③ 鈍角

㉗, ㉘

㉙

㉚, ㉛

7

次の三角形㉗～㉙の中から、後の問いにあてはまる三角形をすべて選び、記号を答えなさい。【基本9】

㉗	㉘	㉙
㉚ 2つの内角が36°, 54°である三角形	㉜ 2つの内角が30°, 85°である三角形	㉞ 2つの内角が27°, 61°である三角形

① 鋭角三角形

② 直角三角形

③ 鈍角三角形

㉘, ㉚

㉙, ㉜

㉞, ㉟

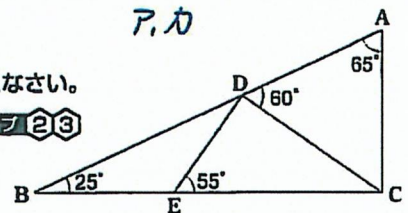
8

右の図の中にある三角形のうちで、次の三角形にあてはまるものをすべて答えなさい。【ステップ2】 【ステップ3】

① 鋭角三角形

② 直角三角形

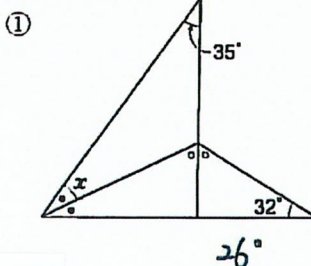
③ 鈍角三角形

 $\triangle ADC$ $\triangle ABC, \triangle DEC$ $\triangle DBE, \triangle PBC$ 

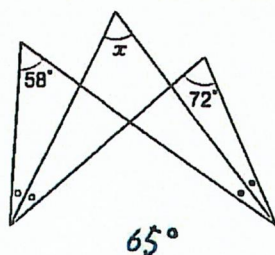
応用問題

さあ、チャレンジしてみよう!! あきらめずに最後までトライ!!

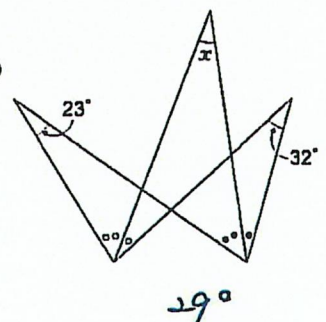
○と●を文字に置きかえて連立方程式で解いてみよう!

次の図で、同じ印がついた角の大きさが等しいとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

②



③



小学校のときは一度学習しています。たくさん問題を解いて慣れてみましょう。

3. 多角形と角

ステップ ①

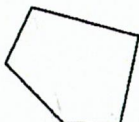
多角形の内角

三角形の内角の和は 180° である。ここでは、それをもとにして、四角形、五角形、… といった多角形の内角の和について学習する。

基本学習

▼ 四角形や五角形などの多角形をいくつかの三角形に分けて、内角の和を求めてみよう。

1つの頂点から
対角線をひいて、
多角形をいくつかの
三角形に分けよう



n 角形について
考えてみよう



	四角形	五角形	六角形
辺の数	4	5	6
三角形の数	2	3	4
内角の和	$180^\circ \times 2 = 360^\circ$	$180^\circ \times 3 = 540^\circ$	$180^\circ \times 4 = 720^\circ$

三角形の数は
辺の数 - 2
になっている

内角の和は
 $180^\circ \times$ (三角形の数)

n 角形
n
$n - 2$
$180^\circ \times (n - 2)$

大
力

基本パターン ①

▼ 正十角形について、次の問いに答えなさい。

1) 内角の和を求めなさい。

$$180^\circ \times (10 - 2) = 1440^\circ$$

十角形の中にできる三角形の数

ポイント

多角形の内角の和 n 角形の内角の和は、 $180^\circ \times (n - 2)$

2) 1つの内角の大きさを求めなさい。

1) より、内角の和は 1440° だから、 $1440^\circ \div 10 = 144^\circ$

確認 正多角形はすべての内角の大きさが等しい。

十角形には、
内角が 10 個ある

ドライ ①

次の問いに答えなさい。

① 七角形について、次の問いに答えなさい。

1) 1つの頂点からひいた対角線によって、
いくつの三角形に分けられるか。

5つ

2) 内角の和を求めなさい。

900°

② 正九角形について、次の問いに答えなさい。

1) 内角の和を求めなさい。

$$180^\circ \times (9 - 2) = 1260^\circ$$

2) 1つの内角の大きさを求めなさい。

$$1260 \div 9 = 140^\circ$$

基本パターン ②

▼ 内角の和が 1080° になる多角形は何角形か。

n 角形の内角の和は、 $180^\circ \times (n - 2)$ であるから、

$$180 \times (n - 2) = 1080$$

$$n - 2 = 6$$

$$n = 8$$

答え 八角形

方程式で解こう

ドライ ②

内角の和が 1800° になる多角形は何角形か求めなさい。

$$180 \times (n - 2) = 1800$$

$$n = 12$$

答え 十二角形

答え

基本学習

② 6

③ 3

④ 360

⑤ 720

⑥ 2

⑦ $n - 2$

基本

⑧ 1440

⑨ 144

基本②

⑩ 8

⑪ 八角形

外角で上手に使えるようにしよう！

ステップ ② 多角形の外角

ここでは、三角形をふくめて、多角形の
外角の和について学習する。

基本学習

▽ 五角形の外角の和を求めてみよう。

- 五角形のどの頂点でも、内角 + 外角 = 180°



したがって、5つの頂点における
内角と外角の和をすべて加えると、
 $180^\circ \times 5 = 900^\circ$

- また、内角だけの和は、 $180^\circ \times (5 - 2) = 540^\circ$

- よって、五角形の外角の和は、 $900^\circ - 540^\circ = 360^\circ$



四角形や六角形について調べても、外角の和は 360° となる。

基本パターン ③

ポイント

多角形の外角の和は、いつも 360°

(1) 正六角形について、次の問いに答えなさい。

1) 1つの外角の大きさを求めなさい。

外角の和は 360° だから、 $360^\circ \div 6 = 60^\circ$

六角形の外角は6つ

2) 1つの内角の大きさを求めなさい。

1) より、1つの外角は 60° だから、

$180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$



(2) 1つの外角の大きさが 36° になる正多角形は正何角形か。

外角の和は 360° だから、 $360^\circ \div 36^\circ = 10$ 答え **正十角形**



正多角形の1つの内角・
外角の求め方

内角の和から1つの内角を求める
より、まず、1つの外角を求める方が
計算が楽になる。

ドライ ③

次の問いに答えなさい。

① 正十二角形について、次の角の大きさを求めなさい。

1) 1つの外角の大きさ

$$360^\circ \div 12 = 30^\circ$$

2) 1つの内角の大きさ

$$180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

② 1つの外角の大きさが 20° になる
正多角形は正何角形か。

$$360^\circ \div 20^\circ = 18$$

正十八角形

ステップ ③ 多角形の内角・外角の利用

確認

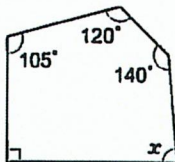
- n 角形において、
- ① 内角の和は、 $180^\circ \times (n - 2)$
 - ② 外角の和は、 360°

基本パターン ④

内角の和だけに「ようき」に
外角の和も利用しよう。

▽ 次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

1)



- 五角形の内角の和は、 $180^\circ \times (5 - 2) = 540^\circ$

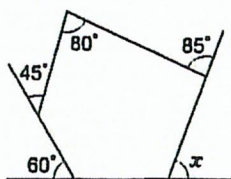
- $\angle x = 540^\circ - (90^\circ + 105^\circ + 120^\circ + 140^\circ)$

$$= 85^\circ$$

2)

ポイント

外角が多いときは、外角の和 360° を使うと計算が楽になる。



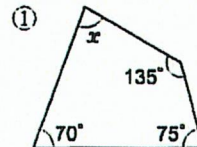
- 内角 80° の外角は、 $180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$

- $\angle x = 360^\circ - (60^\circ + 45^\circ + 100^\circ + 85^\circ)$

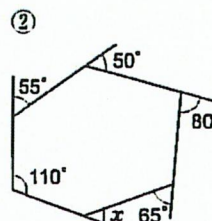
$$= 70^\circ$$

ドライ ④

次の図で、 $\angle x$ の大きさを求
めなさい。



$$360^\circ - (70^\circ + 135^\circ + 75^\circ) = 80^\circ$$



$$360^\circ - (65^\circ + 80^\circ + 50^\circ + 55^\circ + 110^\circ) = 40^\circ$$

答え



基本学習 360

基本③ ① 60

② 120

基本④ ① 85

② 10 ③ 正十角形

④ 70

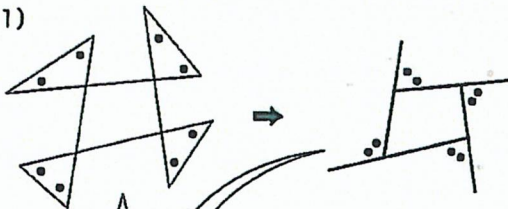
角を移動させて、三角形や四角形の内角にまとめよう！

ステップ 4 いろいろな角の求め方

発展パターン ①

▼ 次の図で、●印をつけた角の和を求めなさい。

1)

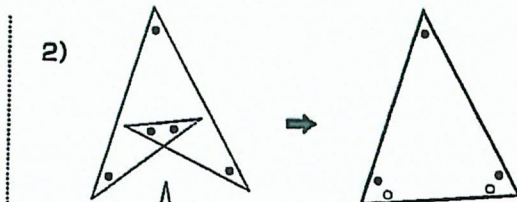


「スリッパ型」を利用して
角を移動しよう

よって、8つの角の和は、
四角形の外角の和と等しくなる。

答え 360°

2)



「チョウチョ型」を利用して
角を移動しよう

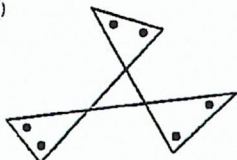
よって、5つの角の和は、
三角形の内角の和と等しくなる。

答え 180°

ドライ ⑤

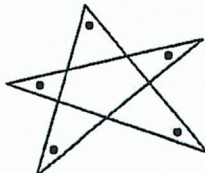
次の図で、●印をつけた角の和を求めなさい。

①



360°

②



星型はすべて
 180°

180°

答え

発展 ① ② 360
③ 180

練習問題

たくさん解いて、解き方を工夫したり、問題に慣れよう！

1

次の問いに答えなさい。【基本1】

① 八角形について、次の問いに答えなさい。

1) 1つの頂点からひいた対角線によって、
いくつの三角形に分けられるか。

67

2) 内角の和を求めなさい。

1080°

② 正十角形について、次の問いに答えなさい。

1) 内角の和を求めなさい。

1440°

2) 1つの内角の大きさを求めなさい。

144°

2

次の正多角形について、内角の和と1つの内角の大きさをそれぞれ求めなさい。【基本1】

	正五角形	正六角形	正九角形	正十二角形	正二十角形
内角の和	540°	720°	1260°	1800°	3240°
1つの内角の大きさ	108°	120°	140°	150°	162°

3

内角の和が次の大きさになる多角形は何角形か求めなさい。【基本2】

① 360°

四角形

② 900°

七角形

③ 1620°

十一角形

④ 2160°

十四角形

⑤ 2700°

十七角形

4

正五角形について、次の角の大きさを求めなさい。【基本3】

① 外角の和

360°

② 1つの外角の大きさ

72°

③ 1つの内角の大きさ

108°

- 5 次の正多角形について、1つの外角の大きさと、1つの内角の大きさをそれぞれ求めなさい。 **基本B**

	正八角形	正十角形	正二十四角形	正三十角形	正百角形
1つの外角の大きさ	45°	36°	15°	12°	3.6°
1つの内角の大きさ	135°	144°	165°	168°	176.4°

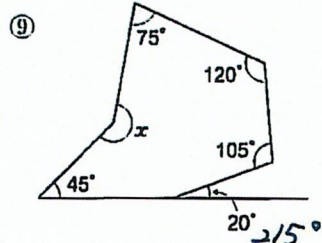
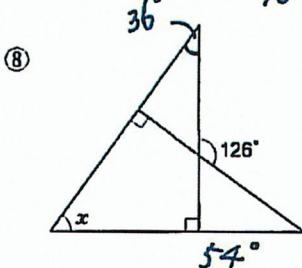
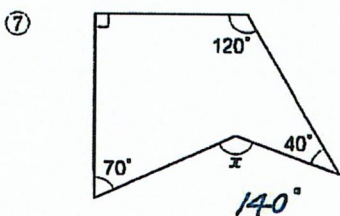
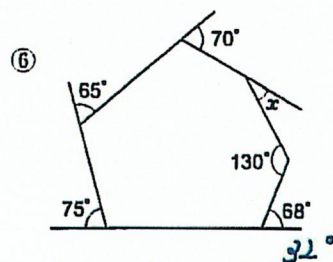
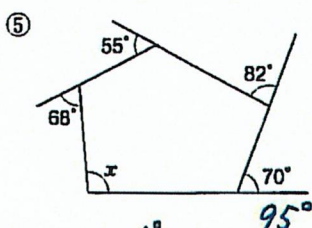
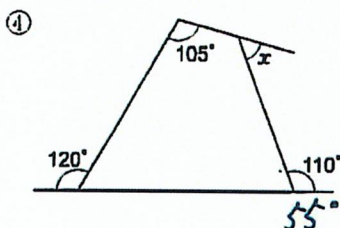
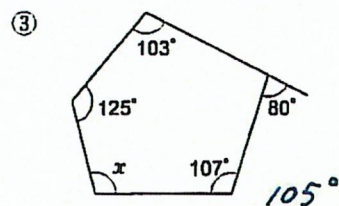
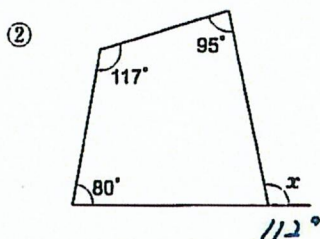
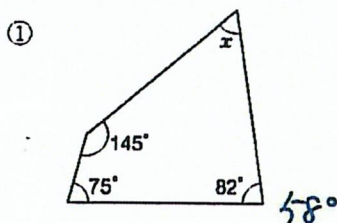
- 6 1つの外角が次の大きさになる正多角形は正何角形か求めなさい。 **基本B**

- ① 60° ② 18° ③ 10°
 正六角形 正二十角形 正三十六角形

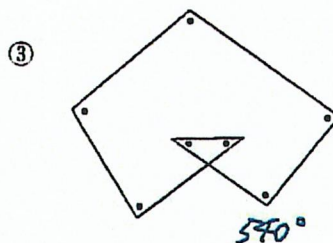
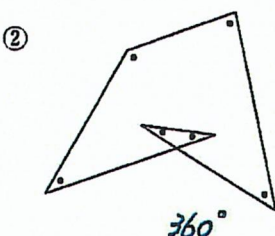
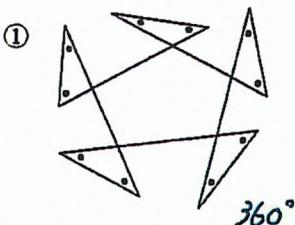
- 7 1つの内角が次の大きさになる正多角形は正何角形か求めなさい。 **ステップ2**

- ① 140° ② 150° ③ 160°
 正八角形 正十二角形 正十八角形

- 8 次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。 **基本4**



- 9 次の図で、 \bullet 印をつけた角の和を求めなさい。 **発展11**



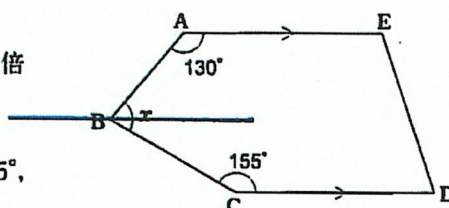
- 10 次の問いに答えなさい。 **ステップ123**

- ① 正多角形で、1つの内角の大きさが1つの外角の大きさの3倍になるのは正何角形か。

正八角形

- ② 右の図の五角形ABCDEにおいて、 $\angle A = 130^\circ$ 、 $\angle C = 155^\circ$ 、 $AE \parallel CD$ であるとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

75°



よく考えれば 解ける問題 多い。中上位クラスは チャレンジさせてみよう!

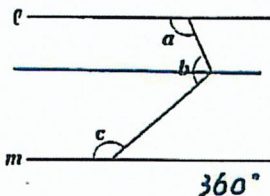
応用問題



さあ、チャレンジしてみよう! あきらめずに最後までトライ!

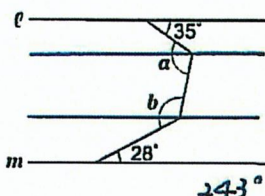
① 次の図で、 $\ell \parallel m$ のとき、それぞれの問いに答えなさい。

① $\angle a + \angle b + \angle c$ の大きさを求めなさい。



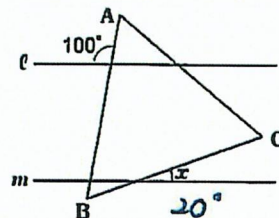
360°

② $\angle a + \angle b$ の大きさを求めなさい。



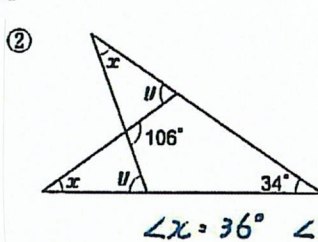
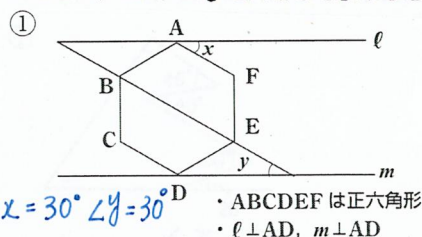
243°

③ $\triangle ABC$ が正三角形のとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

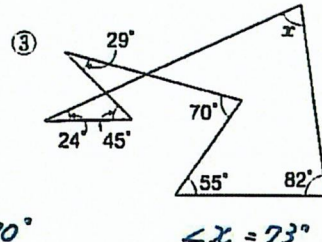


20°

② 次の図で、 $\angle x$ 、 $\angle y$ の大きさを求めなさい。

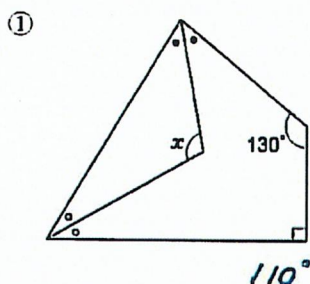


$\angle x = 36^\circ \angle y = 70^\circ$

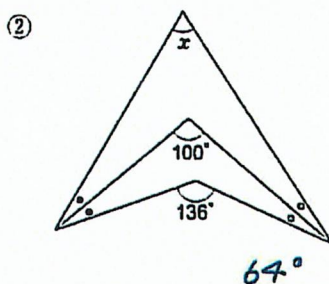


$\angle x = 73^\circ$

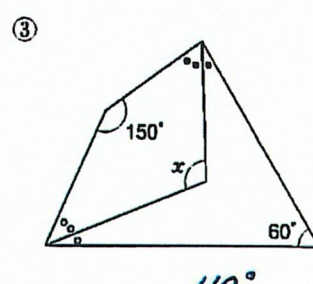
③ 次の図で、同じ印がついた角の大きさが等しいとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



110°



64°



110°

④ 次の問いに答えなさい。

① 内角の和が 2340° である正多角形の 1 つの外角の大きさを求めなさい。 24°

② 内角の和が 1000° より大きい多角形のうち、最も頂点の数が少ない多角形は何角形か。 11 角形

③ 1 つの内角の大きさが 135° である正多角形の 1 つの頂点から、対角線は何本ひけるか。 5 本

⑤ 右の図の五角形 ABCDE で、 $\angle A = 130^\circ$ 、 $\angle C$ は $\angle B$ の 2 倍、 $\angle D$ は $\angle B$ より 10° 大きく、 $\angle E$ は $\angle C$ より 20° 小さい。このとき、 $\angle B$ の大きさを求めなさい。

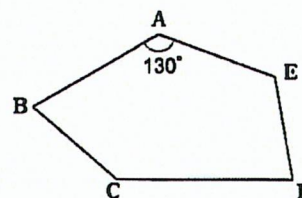
$$\angle B = x^\circ \text{ とすると}$$

$$\angle C = 2x^\circ, \angle D = x^\circ + 10^\circ, \angle E = \angle C - 20^\circ = 2x^\circ - 20^\circ$$

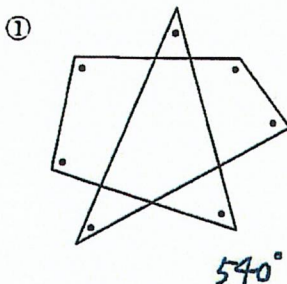
$$130 + x + 2x + (x + 10) + (2x - 20) = 540$$

$$x = 70$$

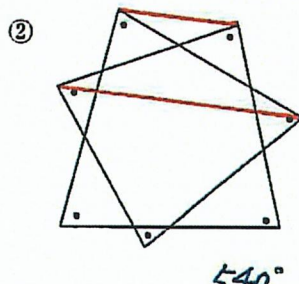
$$\angle B = 70^\circ$$



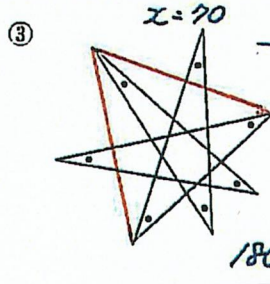
⑥ 次の図で、 \bullet 印をつけた角の和を求めなさい。



540°



540°



180°

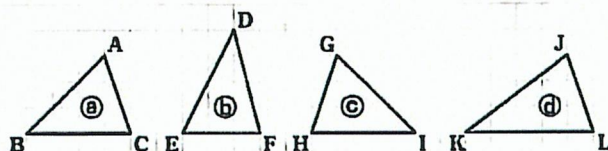
アルファベットの順番を意識して、教えよう。証明問題の基本です。

4. 三角形と合同

ステップ ① 合同な図形

基本学習

▼ 下の三角形①～④について、後の問いに答えなさい。



• 三角形①とぴったり重なり合う三角形は ③ である。

そのとき、線分 AB と長さが等しくなるのは線分 GI で、

頂点 C と重なり合うのは頂点 H である。

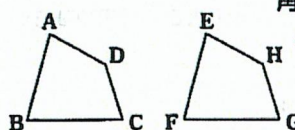
① 平面上の2つの図形がぴったりと重なり合うとき、この2つの図形は合同であるという。

② $\triangle ABC$ と $\triangle GIH$ が合同であることを、記号 \equiv を使って、 $\triangle ABC \equiv \triangle GIH$ と表す。

ポイント

合同な図形

【合同な図形の性質】… 対応する線分の長さや角の大きさは等しい。



注意
A, B, C, D のそれぞれに対応する頂点を、四角形の周にそって同じ順に書く

四角形 $ABCD \equiv$ 四角形 $EFGH$

ドライ①

右の図の2つの四角形は合同である。このとき、次の問いに答えなさい。

① 2つの四角形が合同であることを、記号 \equiv を使って表しなさい。

四角形 $ABCD \equiv$ 四角形 $HGFE$

② 次の辺の長さを求めなさい。

1) 辺 BC

8 cm

③ 次の角の大きさを求めなさい。

1) $\angle ADC$

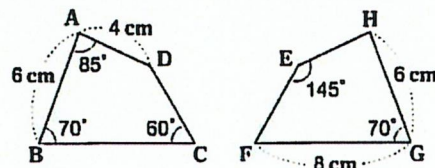
145°

2) 辺 EH

4 cm

2) $\angle EHG$

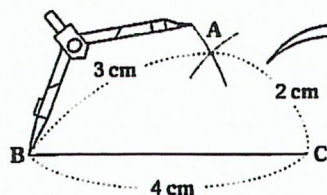
85°



確認 合同な三角形の作図

▼ $AB=3\text{ cm}$, $BC=4\text{ cm}$, $CA=2\text{ cm}$ である $\triangle ABC$ をかきなさい。

- ① $BC=4\text{ cm}$ となる線分をひく。
- ② 点 B を中心とする半径 3 cm の円をかく。
- ③ 点 C を中心とする半径 2 cm の円をかく。
- ④ ②, ③ の円の交点を A として、点 B, C と結ぶ。



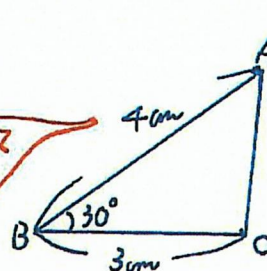
3 辺の長さがわかれば、三角形をかくことができる

ドライ②

次のような $\triangle ABC$ をかきなさい。

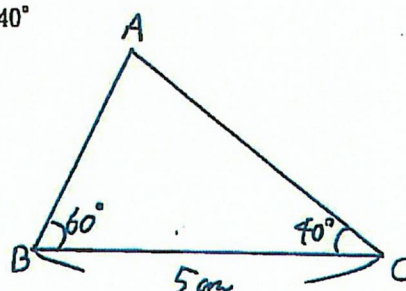
- ① $AB=4\text{ cm}$
 $BC=3\text{ cm}$
 $\angle B=30^\circ$

条件はすべて書くこと。



必ず " $\triangle ABC$ の位置" を書く

- ② $BC=5\text{ cm}$
 $\angle B=60^\circ$
 $\angle C=40^\circ$



答え 基本学習 ② ③ GI H

合同条件に2つの説明は、2いねにしよう。意味がわからずに進んではダメ。

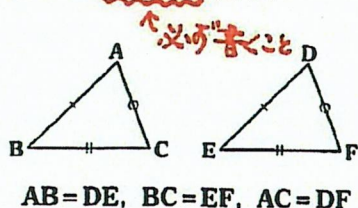
ステップ 2 三角形の合同条件

2つの三角形は、次の①～③の条件のうち、いずれかが成り立てば合同である。

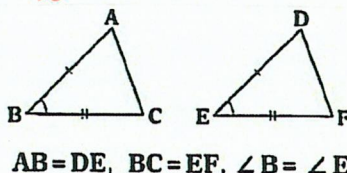
ポイント

三角形の合同条件 ($\triangle ABC \equiv \triangle DEF$) 教科書による、2つの表現の差が^{ひょうたん}ありま。

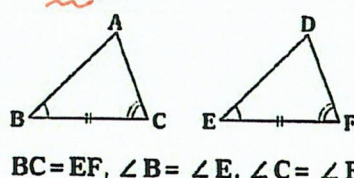
① 3辺がそれぞれ等しい。



② 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい。

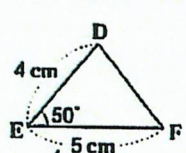
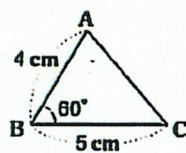


③ 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい。

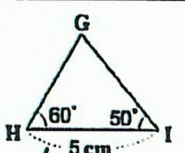


基本パターン ①

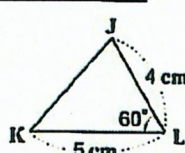
下の図で、 $\triangle ABC$ と合同な三角形はどれか、記号 \equiv を使って表しなさい。また、そのときに使った合同条件は、上の①～③のどれか。



2辺の長さは同じだが、 $\angle B$ と $\angle E$ は異なる。



GHの長さが4 cm となるかどうか分からない



$\triangle ABC \equiv \triangle JKL$, 合同条件 ②

ポイント

合同な三角形の見つけ方

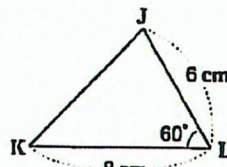
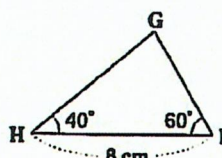
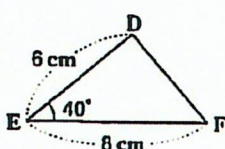
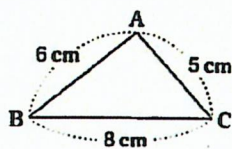
- ① まず、辺の長さが同じ三角形を見つける。
- ② 次に、角の大きさを調べる。

アルファベットの順番に注意

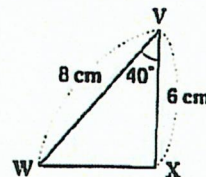
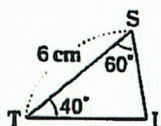
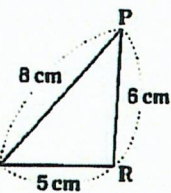
左辺と右辺のアルファベットは角を対応にしていればOK。

トライ ③

次の図で、合同な三角形の組をすべて見つけ、記号 \equiv を使って表しなさい。また、そのときに使った合同条件を書きなさい。



対応でせよ！



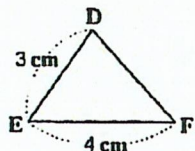
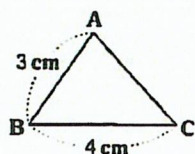
$\triangle ABC \equiv \triangle RPQ$ 3辺がそれぞれ等しい

$\triangle DEF \equiv \triangle XWV$ 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい

$\triangle GHI \equiv \triangle NMU$ 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい

トライ ④

次のような条件の $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ がある。この2つの三角形が合同であるためには、さらにどのような条件を加えればよいか、2つ書きなさい。また、そのときの合同条件も書きなさい。



【条件】

$AB=DE$
 $BC=EF$

【さらに必要な条件】

① $AC=DF$

② $\angle B = \angle E$

【合同条件】

3 辺 がそれぞれ等しい

2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい

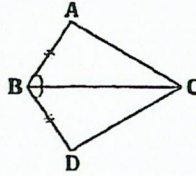
答え ① $AC=DF$ ② $\angle B = \angle E$

どの合同条件が当てはまるかよく考えさせよう。あてはまらない場合は「合同」ではない
ありませし

基本パターン②

▼ 次の図で、合同な三角形はどれとどれか、記号 \equiv を使って表しなさい。また、そのときに使った合同条件を書きなさい。ただし、同じ印がついた辺や角はそれぞれ等しいものとする。

1)

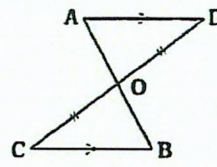


$$\triangle ABC \equiv \triangle DBC$$

合同条件 2組の辺とその間の角 がそれぞれ等しい

2つの三角形で
BCは共通な辺なので
 $BC = BC$

2)



$$\triangle OAD \equiv \triangle OBC$$

合同条件 1組の辺とその両端の角 がそれぞれ等しい

ポイント 共通な辺や角、平行線による
錯角などを見つけよう。

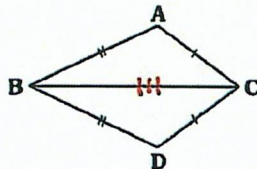
対頂角は等しいから
 $\angle AOD = \angle BOC$

AD // CB より、錯角は
等しいから $\angle ODA = \angle OCB$

トライ⑤

次の図で、合同な三角形はどれとどれか、記号 \equiv を使って表しなさい。また、そのときに使った合同条件を書きなさい。ただし、同じ印がついた辺や角はそれぞれ等しいものとする。

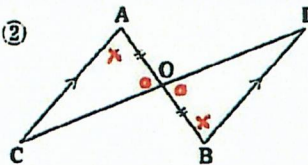
①



$$\triangle ABC \equiv \triangle DCB$$

3組の辺がそれぞれ等しい

②



$$\triangle OAC \equiv \triangle OBD$$

1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい

答え

基本② ① DBC

② 2組の辺とその間の角

① OBC

② 1組の辺とその両端の角

練習問題

たくさん解いて、解き方を正しくしたり、問題に慣れよう！

1

右の図の2つの四角形は合同である。このとき、次の問いに答えなさい。

ステップ①

① 2つの四角形が合同であることを、記号 \equiv を使って表しなさい。

② $\angle C$ に対応する角はどれか。

③ 辺 BC に対応する辺はどれか。

④ 次の角の大きさを求めなさい。

⑤ 次の辺の長さを求めなさい。

1) $\angle E$

2) $\angle D$

1) 辺 CD

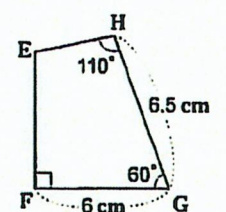
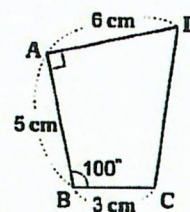
2) 辺 EF

100°

60°

6.5cm

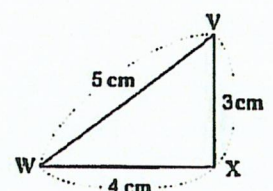
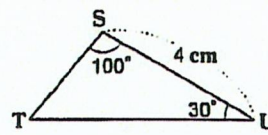
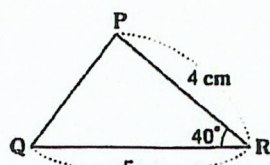
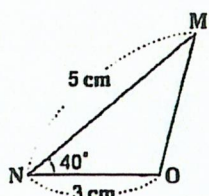
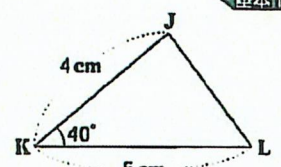
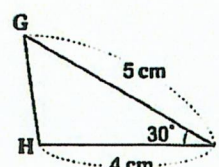
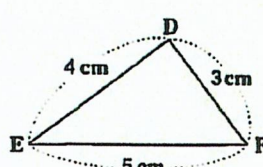
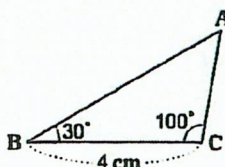
5cm



2

次の図で、合同な三角形の組をすべて見つけ、記号 \equiv を使って表しなさい。また、そのときに使った合同条件を書きなさい。

基本③



$\triangle ABC \equiv \triangle TUS$ 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい

$\triangle DEF \equiv \triangle XWV$ 3組の辺がそれぞれ等しい

$\triangle JKL \equiv \triangle PRQ$ 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい

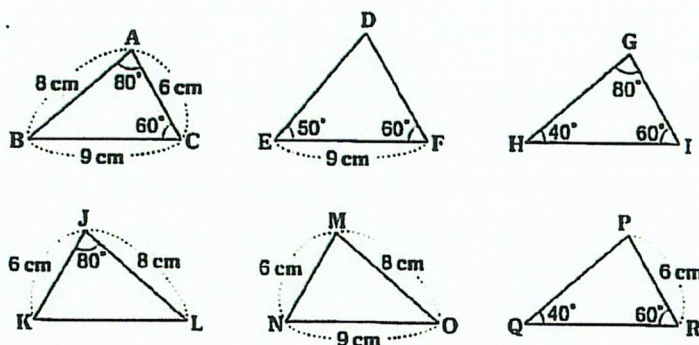
等しい

- 3** 右の図で、 $\triangle ABC$ と合同な三角形はどれか、記号 \equiv を使ってすべて表しなさい。また、そのときに使った合同条件を、それぞれ書きなさい。 【基本1】

$\triangle ABC \equiv \triangle JKL$ 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい

$\triangle ABC \equiv \triangle MON$ 3辺がそれぞれ等しい

$\triangle ABC \equiv \triangle PQR$ 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい



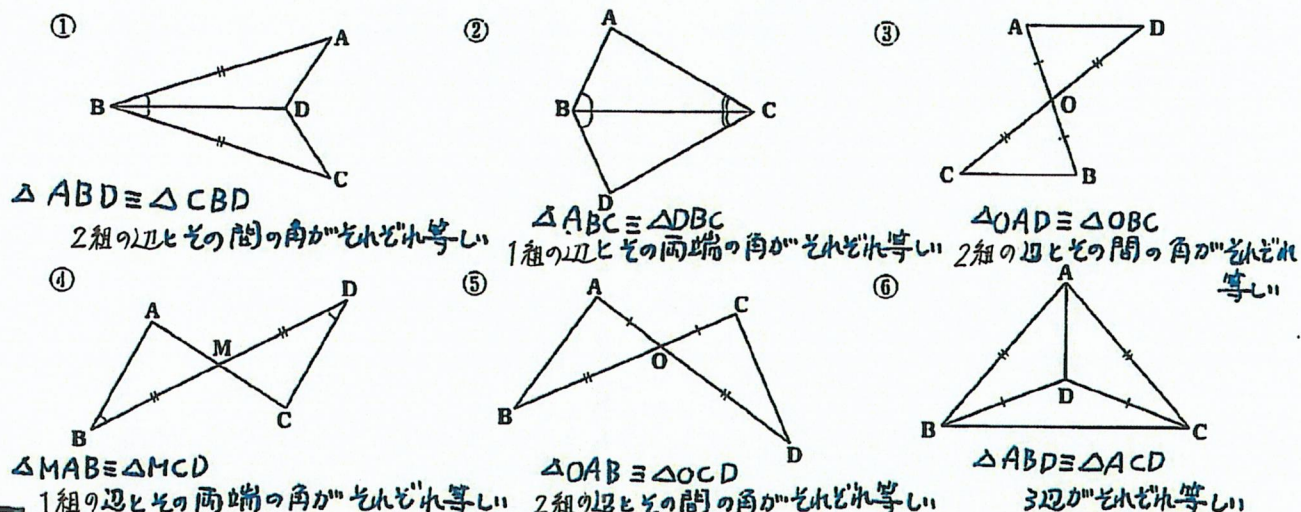
- 4** 次のような三角形はすべて合同であるといえるか。合同であるといえる場合には〔 〕に○を、そうでない場合には〔 〕に×を書きなさい。 【ステップ2】

- ① 1 辺の長さが 8 cm の正三角形〔○〕 ② 1 辺の長さが 6 cm で、2 つの内角が 60° 、 40° の三角形〔×〕
③ 2 つの内角が 50° 、 80° の三角形〔×〕 ④ 等しい辺の長さが 5 cm の二等辺三角形〔×〕

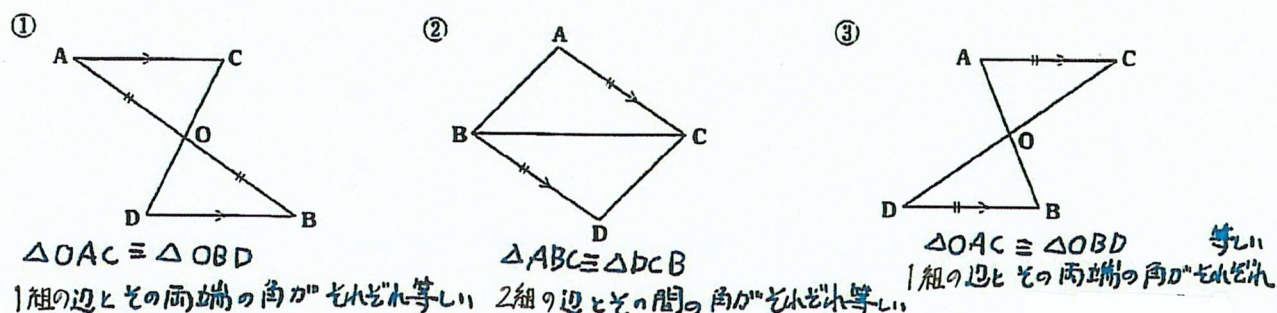
- 5** 右の図で、 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ であるためには、次の条件にさらにどんな条件を加えればよいか、それぞれ 1 つ書きなさい。また、そのときに使った合同条件も書きなさい。 【ステップ2】

- ① $AB = DE$, $AC = DF$ ② $\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$
③ $\angle A = \angle D$, $AB = DE$ ④ $BC = EF$ ($AB = DE$, $AC = DF$)
⑤ $BC = EF$ (3 辺がそれぞれ等しい) ⑥ $\angle B = \angle E$ (1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい)
⑦ $\angle A = \angle D$ (2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい) ⑧ $\angle C = \angle F$ (1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい)
⑨ $AC = DF$ (2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい) ⑩ $AB = DE$ (2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい)

- 6** 次の図で、合同な三角形はどれとどれか、記号 \equiv を使って表しなさい。また、そのときに使った合同条件を書きなさい。ただし、同じ印がついた辺や角はそれぞれ等しいものとする。 【基本2】



- 7** 次の図で、合同な三角形はどれとどれか、記号 \equiv を使って表しなさい。また、そのときに使った合同条件を書きなさい。ただし、同じ印がついた辺や角はそれぞれ等しいものとする。 【基本2】



証明問題は、答えが問題に書いてあります。何と答へれば、いいかを明確にしましょう。

5. 図形と証明

ステップ 1 仮定と結論

あることがら「 」ならば、「 である。」という形で「 」ならば、「 である。」と表されるとき、 の部分で仮定、 の部分で結論という。

基本パターン 1

▼ 次のことがらの仮定と結論を書きなさい。

1) $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ ならば、 $\angle A = \angle D$ である。

仮定 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$, 結論 $\angle A = \angle D$

2) 三角形の内角の和は 180° である。
⇒ 三角形 ならば、内角の和は 180° である。

仮定 三角形 , 結論 内角の和は 180°

ドライ 1

次のことがらの仮定と結論を書きなさい。

① $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ ならば、 $AB = DE$ である。

仮定 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$

結論 $AB = DE$

② 6 の倍数は偶数である。

仮定 6 の倍数

結論 偶数

ステップ 2 定理と証明

- あることがらが成り立つわけを、それまでに学んだ性質を根拠にして示すことを証明という。
- それまでに学んだ性質で証明されたことがらのうち、証明の根拠によく使われる重要なものを定理という。

ポイント 定理と証明

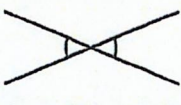
【仮定】—— 証明 ——→【結論】

与えられたヒント（仮定）をもとにして、理由（根拠）をはっきりと書き、知りたいことがら（結論）を書くこと

基本学習 証明の根拠によく使われる定理

対頂角の性質

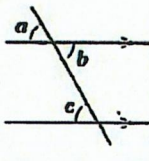
③ 対頂角は等しい。



平行線の性質

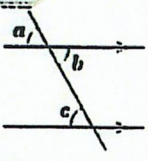
④ 2 直線が平行ならば、
同位角や 錯角 は等しい。

$\angle a = \angle c$ $\angle b = \angle c$



平行線になるための条件

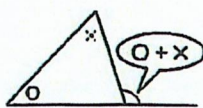
⑤ 同位角 が錯角が等しければ、2 直線は平行である。



三角形の内角・外角の性質

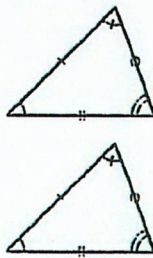
⑥ 三角形の内角の和は 180° である。

⑦ 三角形の 1 つの外角は、それと隣り合わない 2 つの内角の和に等しい。



合同な図形の性質

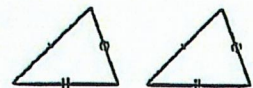
⑧ 合同な図形の対応する辺の長さや角の大きさは等しい。



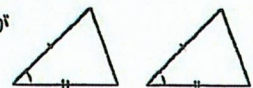
三角形の合同条件

2 つの三角形は、次の条件のいずれかが成り立てば合同である。

⑨ 3 辺 がそれぞれ等しい。



⑩ 2 組の辺と その間の角 がそれぞれ等しい。



⑪ 1 組の辺と その両端の角 がそれぞれ等しい。



答え



基本1 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ $\angle A = \angle D$

基本学習 \angle 錯角 \angle 同位角 180° 3 辺 \angle その間の角 \angle その両端の角

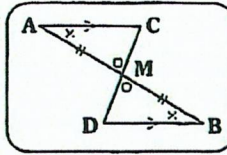
\triangle 三角形 \angle 内角の和は 180°

ドライ②

右下の図で、 $AC \parallel DB$ 、点MはABの中点ならば、 $MC = MD$ であることを次のように証明した。
証明の根拠となることから、前ページの基本学習⑨～⑪より選び、〔 〕に記号を書きなさい。

アルシベットも
対応させるよ!

【証明】 $\triangle MAC$ と $\triangle MBD$ において



$MA = MB$ 仮定

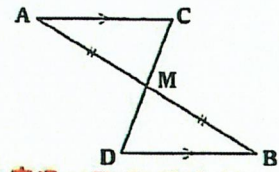
$\angle AMC = \angle BMD$ ⑨ [a]

$\angle MAC = \angle MBD$ ⑩ [b]

したがって $\triangle MAC \equiv \triangle MBD$ ⑪ [i]

これより、 $MC = MD$ ⑫ [f]

なぜ等しいのか? なぜ合同になるのか?
その理由のこと



左と右のアルシベットが
対応していれば、減点されず

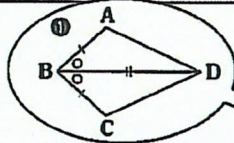
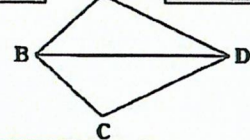
ステップ③ 三角形の合同の証明

線分の長さや角の大きさが等しいことを証明するときには、三角形の合同を根拠として使う場合が多い。

基本パターン②

書き方も覚えさせよう。省略せずにきちんと書くのが大Aのひみつ。

▼ 右の図で、 $AB = CB$ 、BDは $\angle ABC$ の二等分線 のとき、 $\triangle ABD \equiv \triangle CBD$ であることを証明しなさい。



【証明】 $\triangle ABD$ と $\triangle CBD$ において

仮定より $AB = CB$ ①

$\angle ABD = \angle CBD$ ②

共通な辺だから $BD = BD$ ③

①、②、③より 2組の辺とその間の角 がそれぞれ等しいから 合同条件

$\triangle ABD \equiv \triangle CBD$ → 結論

ポイント

三角形の合同の証明の進め方

- ① 等しい辺や角には、図の中に同じ印をつける。
- ② 証明したい2つの三角形を示す。
- ③ 等しい辺や角を式で表し、その理由(根拠)を書く。
- ④ 三角形の合同条件を書く。←これが必須。
- ⑤ 結論を書く。

ドライ③

右の図1で、 $AB = AC$ 、 $\angle ABD = \angle ACE$ ならば、 $BD = CE$ である。
これについて、次の問いに答えなさい。

① 仮定と結論を書きなさい。

仮定 $AB = AC$ $\angle ABD = \angle ACE$ 結論 $BD = CE$

② 右の図2の中に、等しい辺や角を見つけ、同じ印をつけなさい。

③ このことを証明しなさい。

【図1】

「～より」「～から」「～で～」
など 証明問題
特有な表現も
身に着けよう!

【図2】

【証明】 $\triangle ABD$ と $\triangle ACE$ において

仮定より、 $AB = AC$ ①

$\angle ABD = \angle ACE$ ②

共通な角だから、 $\angle BAD = \angle CAE$ ③

①、②、③より 1組の辺とその両端の角 がそれぞれ等しいから、 $\triangle ABD \equiv \triangle ACE$

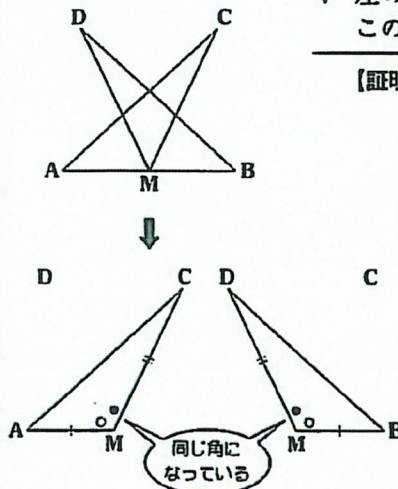
したがって 合同な図形の対応する 辺 の長さは等しいから、 $BD = CE$

答え ① 仮定 $AB = AC$ $\angle ABD = \angle ACE$ ② 結論 $BD = CE$ ③ 2組の辺とその間の角 ④ CBD

まずは書き方をきちんと身につけておきましょう

発展パターン ①

▽ 左の図で、点 M は線分 AB の中点で、 $\angle AMD = \angle BMC$ 、 $MC = MD$ である。このとき、 $\triangle AMC \equiv \triangle BMD$ であることを証明しなさい。



【証明】 $\triangle AMC$ と $\triangle BMD$ において、

仮定より、 $AM = BM$...①、 $MC = MD$...②

また、 $\angle AMC = \angle AMD + \angle DMC$

$\angle BMD = \angle BMC + \angle DMC$

仮定より、 $\angle AMD = \angle BMC$ だから、

$\angle AMC = \angle BMD$...③

①、②、③より、2組の辺とその間の角 がそれぞれ等しいから、

$\triangle AMC \equiv \triangle BMD$

ポイント
どちらも同じ
大きさの角をたしてい
ることを表している。

トライ ④

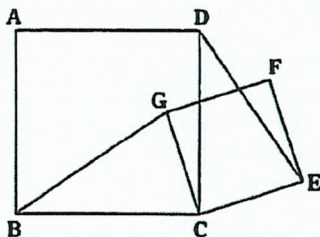
下の図のように、正方形 ABCD と正方形 CEFG がある。このとき、 $\angle CBG = \angle CDE$ である。図 2 の中



正方形の4つの辺は等しく、
1つの角は 90° である

に、等しい辺や角に同じ印をつけ、 $\triangle BCG \equiv \triangle DCE$ となることを利用して、このことを証明しなさい。

【図1】



【証明】 $\triangle BCG$ と $\triangle DCE$ において、

仮定より、2つの正方形の4辺はそれぞれ等しいから、

$BC = DC$...①、 $CG = CE$...②

また、正方形の1つの角は 90° だから、

$\angle BCG = \angle BCD - \angle GCD = 90^\circ - \angle GCD$

$\angle DCE = \angle GCE - \angle GCD = 90^\circ - \angle GCD$

よって、 $\angle BCG = \angle DCE$...③

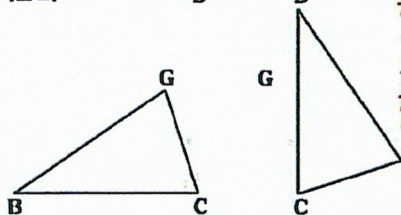
①、②、③より、2組の辺とその間の角 がそれぞれ等しいから、

$\triangle BCG \equiv \triangle DCE$

したがって、合同な図形の対応する 角 の大きさは等しいから、

$\angle CBG = \angle CDE$

【図2】



答え

発展① ① BM ② MD ③ DMC
④ BMD ⑤ 2組の辺とその間の角

練習問題

たくさん解いて、解き方を工夫したり、問題に慣れよう！

1

次のことからの仮定と結論を書きなさい。

① $\triangle ABC \equiv \triangle PQR$ ならば、 $\angle A = \angle P$ である。

仮定 結論

② $a = b$ 、 $b = c$ のとき、 $a = c$ である。

仮定 結論

③ 正三角形の3つの角は等しい。

仮定 結論

④ x が6の倍数ならば、 x は3の倍数である。

仮定 結論

⑤ $l \parallel m$ 、 $m \parallel n$ であるとき、 $l \parallel n$ である。

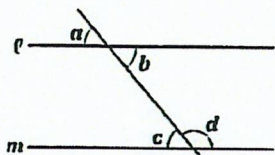
仮定 結論

⑥ 合同な三角形は面積が等しい。

仮定 結論

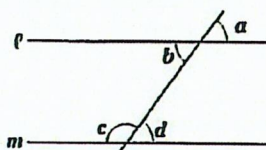
2 次のことから仮定と結論を、図の中の記号を使って、式で表しなさい。 ステップ1

- ① 2直線が平行ならば、錯角は等しい。



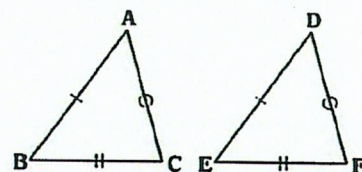
仮定 $l \parallel m$ 結論 $\angle b = \angle c$

- ② 同位角が等しいとき、2直線は平行である。



仮定 $\angle a = \angle c$ 結論 $l \parallel m$

- ③ 3辺がそれぞれ等しい2つの三角形は合同である。

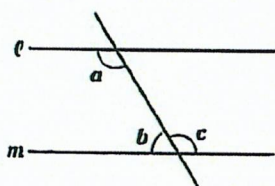


仮定 $AB = DE, BC = EF, AC = DF$

結論 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ステップ2

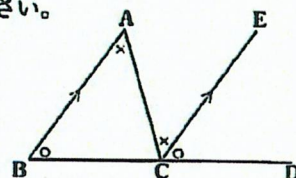
3 次の証明において、その根拠となることから、下の㉔～㉑よりそれぞれ選び、〔 〕に記号を書きなさい。

- ① 下の図で、 $l \parallel m$ ならば、 $\angle a + \angle b = 180^\circ$ であることを証明しなさい。



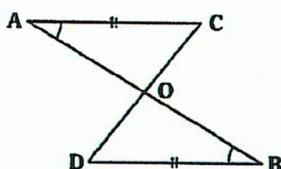
【証明】 $l \parallel m$ より、 $\angle a = \angle c$ …〔 ㉔ 〕
また、 $\angle b + \angle c = 180^\circ$
よって、 $\angle a + \angle b = 180^\circ$

- ② 下の図で、 $\triangle ABC$ の外角 $\angle ACD$ は、それととなり合わない2つの内角の和に等しいことを、 $AB \parallel EC$ を利用して証明しなさい。



【証明】 $AB \parallel EC$ より、 $\angle ABC = \angle ECD$ …〔 ㉑ 〕
 $\angle BAC = \angle ACE$ …〔 ㉔ 〕
よって、 $\angle ACD = \angle ABC + \angle BAC$

- ③ 下の図で、 $\angle A = \angle B$ 、 $AC = BD$ ならば、 $OC = OD$ であることを証明しなさい。



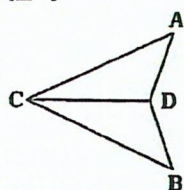
【証明】 $\triangle OAC$ と $\triangle OBD$ において、

$AC = BD$ …〔 ㉑ 〕
 $\angle OAC = \angle OBD$ …〔 ㉑ 〕
これにより、 $AC \parallel DB$ …〔 ㉒ 〕
よって、 $\angle OCA = \angle ODB$ …〔 ㉔ 〕
したがって、 $\triangle OAC \cong \triangle OBD$ …〔 ㉓ 〕
これより、 $OC = OD$ …〔 ㉒ 〕

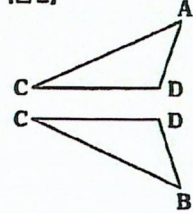
- ㉔ 仮定 ㉑ 結論 ㉒ 対頂角は等しい。 ㉓ 平行線の同位角は等しい。
㉔ 平行線の錯角は等しい。 ㉑ 同位角や錯角が等しければ、2直線は平行である。
㉒ 合同な図形の対応する線分の長さは等しい。 ㉓ 3組の辺がそれぞれ等しい2つの三角形は合同である。
㉑ 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい2つの三角形は合同である。

4 下の図1で、 $AC = BC$ 、 $AD = BD$ であるとき、 $\triangle ACD \cong \triangle BCD$ であることを証明しなさい。(図2の中に、等しい辺や角に同じ印をつけて考えなさい。) 基本2

【図1】



【図2】



【証明】

$\triangle ACD$ と $\triangle BCD$ において、

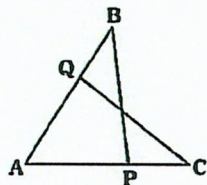
仮定より、 $AC = BC$ …①
 $AD = BD$ …②
共通な辺だから、 $CD = CD$ …③

①、②、③より、3辺がそれぞれ等しいから、
 $\triangle ACD \cong \triangle BCD$

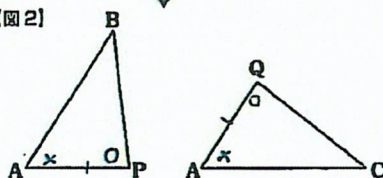
図形をよく見て、合同条件にあてはまるように考えよう。

- 5 下の図1で、 $AP=AQ$ 、 $\angle APB=\angle AQC$ ならば、 $AB=AC$ であることを証明しなさい。(図2の中に、等しい辺や角に同じ印をつけて考えなさい。) **基本2**

【図1】



【図2】



【証明】 $\triangle ABP$ と $\triangle ACQ$ において、

$$\begin{cases} \text{仮定より、} \overset{①}{AP} = \overset{①}{AQ} & \dots ① \\ \overset{②}{\angle APB} = \overset{②}{\angle AQC} & \dots ② \\ \text{共通な角だから、} \angle BAP = \angle CAQ & \dots ③ \end{cases}$$

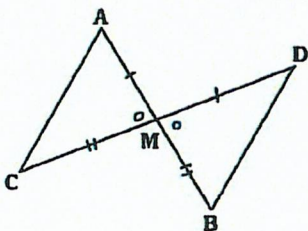
①、②、③より、 \angle の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから、

$$\triangle ABP \equiv \triangle ACQ$$

したがって、合同な図形の $\overset{④}{\text{対応する辺の長さ}}$ は等しいから、

$$AB = \overset{④}{AC}$$

- 6 下の図で、点Mが線分AB、CDの中点であるとき、 $AC \parallel DB$ であることを証明しなさい。(図の中に、等しい辺や角に同じ印をつけて考えなさい。) **ステップ3**



【証明】 $\triangle ACM$ と $\triangle BDM$ において、

$$\begin{cases} \text{仮定より、} \overset{①}{AM} = \overset{①}{BM} & \dots ① \\ \overset{②}{CM} = \overset{②}{DM} & \dots ② \\ \overset{③}{\text{対頂角}} \text{は等しいから、} \\ \angle \overset{④}{AMC} = \angle \overset{④}{BMD} & \dots ③ \end{cases}$$

①、②、③より、 \angle の辺とその間の角がそれぞれ等しいから、

$$\triangle ACM \equiv \triangle BDM$$

したがって、合同な図形の $\overset{⑤}{\text{対応する角の大きさ}}$ は等しいから、

$$\angle MAC = \angle \overset{⑤}{MBD}$$

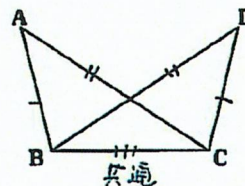
よって、 $\overset{⑥}{\text{錯角}}$ が等しいから、 $AC \parallel \overset{⑥}{DB}$

- 7 右の図で、 $AB=DC$ 、 $AC=DB$ ならば、 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ である。このとき、次の問いに答えなさい。 **基本2**

- ① 仮定と結論を書きなさい。 ② このことを証明しなさい。

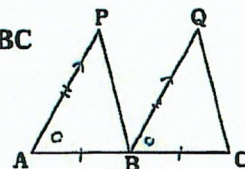
仮定 $AB=DC$ 、 $AC=DB$ 結論 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$

右図参照



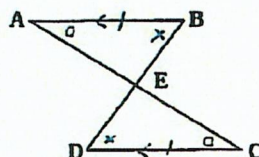
- 8 右の図で、点Bは線分ACの中点で、 $PA=QB$ 、 $PA \parallel QB$ ならば、 $\triangle PAB \equiv \triangle QBC$ であることを証明しなさい。 **基本2**

右図参照



- 9 右の図で、 $AB=CD$ 、 $AB \parallel DC$ のとき、 $\triangle EAB \equiv \triangle ECD$ であることを証明しなさい。 **基本2**

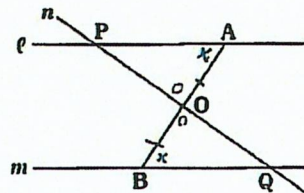
右図参照



- 10 右の図のように、平行な2直線 ℓ 、 m がある。 ℓ 上の点Aと m 上の点Bを結ぶ線分ABの中点をOとする。点Oを通る直線 n が、 ℓ 、 m と交わる点をそれぞれP、Qとすると、 $\triangle OAP \equiv \triangle OBQ$ であることを証明しなさい。

右図参照

基本2

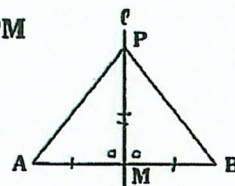


- 11 右の図で、線分 AB の垂直二等分線 l 上の点を P とするとき、 $\angle APM = \angle BPM$ である。このとき、次の問いに答えなさい。 **【基本2】**

① 仮定と結論を式で表しなさい。 ② このことを証明しなさい。
 仮定 $AM = BM, PM \perp AB$

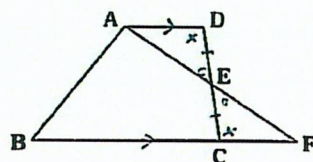
結論 $\angle APM = \angle BPM$

右図参照



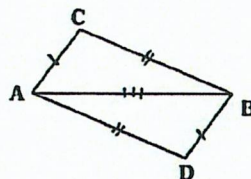
- 12 右の図のように、 $AD \parallel BC$ である台形 ABCD の辺 DC の中点を E とする。また、AE の延長と辺 BC の延長との交点を F とするとき、 $AD = FC$ であることを証明しなさい。 **【基本2】**

右図参照



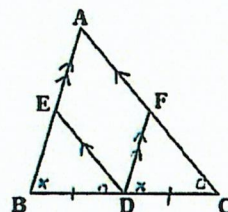
- 13 右の図で、 $AC = BD, AD = BC$ ならば、 $AC \parallel DB$ であることを証明しなさい。 **【ステップ3】**

右図参照



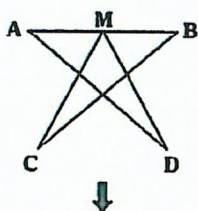
- 14 右の図の $\triangle ABC$ で、辺 BC の中点を D とする。D を通り辺 AC に平行な直線と辺 AB との交点を E とし、D を通り辺 AB に平行な直線と辺 AC との交点を F とする。このとき、 $\triangle EBD = \triangle FDC$ であることを証明しなさい。 **【ステップ3】**

右図参照



- 15 下の図1で、点 M は線分 AB の中点、 $\angle A = \angle B, \angle AMC = \angle BMD$ である。このとき、 $\triangle AMD \equiv \triangle BMC$ であることを証明しなさい。(図2の中に、等しい辺や角に同じ印をつけて考えなさい。) **【発展1】**

【図1】



【証明】 $\triangle AMD$ と $\triangle BMC$ において、

仮定より、 $AM = BM$... ①

$\angle MAD = \angle MBC$... ②

また、 $\angle AMD = \angle AMC + \angle CMD$

$\angle BMC = \angle BMD + \angle CMD$

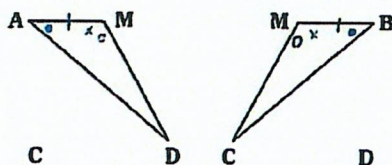
仮定より、 $\angle AMC = \angle BMD$ だから、

$\angle AMD = \angle BMC$... ③

①、②、③より、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから、

$\triangle AMD \equiv \triangle BMC$

【図2】



- 16 右の図のように、正方形 ABCD の辺 CD と正方形 GCEF の辺 CG が接している。このとき、 $\triangle BCG \equiv \triangle DCE$ であることを証明しなさい。 **【ステップ3】**

$\triangle BCG$ と $\triangle DCE$ において

仮定より 2つの正方形の4辺は

それぞれ等しいので、

$BC = DC$... ①

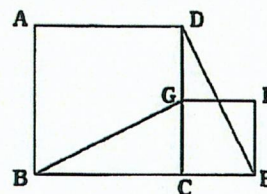
$CG = CE$... ②

また 正方形の1つの角は 90° なのだから、

$\angle BCG = \angle DCE = 90^\circ$... ③

①②③より2組の辺とその間の角がそれぞれ

等しいので、 $\triangle BCG \equiv \triangle DCE$



- 17 右の図の $\triangle ABC$ で、辺 BC、AC をそれぞれ1辺とする正方形 BDEC、正方形 ACFG を、 $\triangle ABC$ の外側につくる。このとき、 $\triangle ACE \equiv \triangle FCB$ であることを証明しなさい。 **【発展1】**

$\triangle ACE$ と $\triangle FCB$ において

仮定より、2つの正方形の4辺は

それぞれ等しいので、

$AC = FC$... ①

$CE = CB$... ②

また 正方形の1つの角は

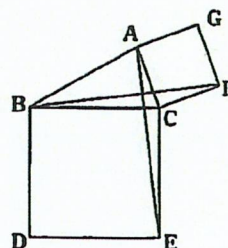
90° だから

$\angle ACE = \angle ACB + \angle BCE = \angle ACB + 90^\circ$

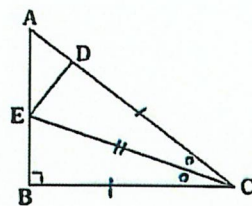
$\angle FCB = \angle ACB + \angle ACF = \angle ACB + 90^\circ$

よって $\angle ACE = \angle FCB$... ③

①②③より2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので、 $\triangle ACE \equiv \triangle FCB$



- 18 右の図のように、 $\angle B = 90^\circ$ の直角三角形 ABC がある。この直角三角形の辺 AC 上に、 $BC = DC$ となるような点 D をとり、 $\angle ACB$ の二等分線と辺 AB との交点を E とする。このとき、次の問いに答えなさい。 いろいろな証明

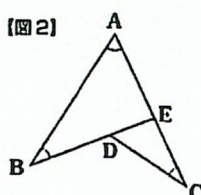
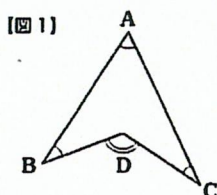


- ① $\triangle BEC \equiv \triangle DEC$ であることを証明しなさい。 右図参照
 ② $\angle ACB = 40^\circ$ のとき、 $\angle DEC$ の大きさを求めなさい。

70°

- 19 下の図1で、 $\angle BDC = \angle A + \angle B + \angle C$ が成り立つ。図2のように、 BD の延長と AC との交点を E として、このことを証明しなさい。

いろいろな証明



【証明】 $\triangle ABE$ において、
 三角形の1つの 外角 は、それととなり合わない
 2つの 内角 の和に等しいから、

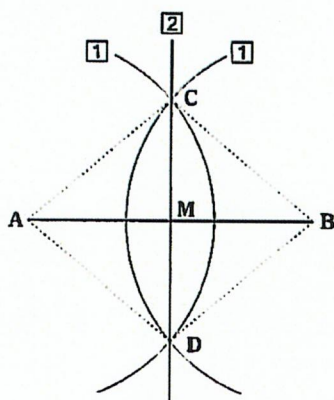
$$\angle BEC = \angle A + \angle B \quad \dots ①$$

同様に、 $\triangle CDE$ において、

$$\angle BDC = \angle BEC + \angle C \quad \dots ②$$

$$\text{①, ②より, } \angle BDC = \angle A + \angle B + \angle C$$

- 20 下の図は、線分 AB の垂直二等分線 CD を作図する手順を示したものである。この作図が正しいことを証明しなさい。 いろいろな証明



【証明】 $\triangle ACD$ と $\triangle BCD$ において、

$$\text{仮定より, } AC = BC \quad \dots ①, \quad AD = BD \quad \dots ②$$

$$\text{共通な辺だから, } CD = CD \quad \dots ③$$

①, ②, ③より、3辺 がそれぞれ等しいから、

$$\triangle ACD \equiv \triangle BCD$$

合同な図形の対応する 角の大きさ は等しいから、

$$\angle ACD = \angle BCD \quad \dots ④$$

次に、 $\triangle ACM$ と $\triangle BCM$ において、

$$\text{共通な辺だから, } CM = CM \quad \dots ⑤$$

①, ④, ⑤より、2辺とその間の角 がそれぞれ等しいから、

$$\triangle ACM \equiv \triangle BCM$$

合同な図形の対応する 辺の長さや角の大きさ は等しいから、

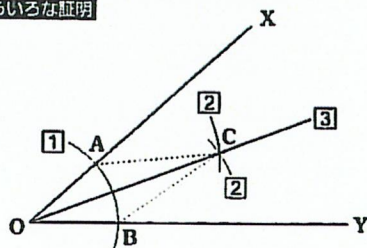
$$AM = BM \quad \dots ⑥, \quad \angle AMC = \angle BMC$$

$$\text{また, } \angle AMC + \angle BMC = 180^\circ \text{ より, } \angle AMC = 90^\circ \quad \dots ⑦$$

⑥, ⑦より、直線 CD は線分 AB の垂直二等分線である。

- 21 下の図は、 $\angle XOY$ の二等分線 OC を作図する手順を示したものである。この作図が正しいことを証明しなさい。

いろいろな証明



【証明】 $\triangle OAC$ と $\triangle OBC$ において、

$$\text{仮定より, } OA = OB \quad \dots ①, \quad AC = BC \quad \dots ②$$

$$\text{共通な辺だから, } OC = OC \quad \dots ③$$

①, ②, ③より、3辺 がそれぞれ等しいから、

$$\triangle OAC \equiv \triangle OBC$$

合同な図形の対応する 角の大きさ は等しいから、

$$\angle AOC = \angle BOC$$

したがって、半直線 OC は $\angle XOY$ の二等分線である。

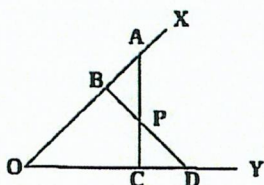
1つ1つのプロセスをよく考えてみよう。問題の中に必ずヒントがあります。

応用問題



さあ、チャレンジしてみよう!! あきらめずに最後までトライ!

- ① 下の図のように、 $\angle XOY$ の2辺 OX , OY 上に4点 A , B , C , D がある。線分 AC , BD の交点を P とし、 $OA=OD$, $OB=OC$ とする。このとき、 $AP=DP$ であることを証明しなさい。



【証明】

$\triangle OAC$ と $\triangle ODB$ において

$$\text{仮定より, } OA = OD \quad \dots ①$$

$$OC = OB \quad \dots ②$$

$$\text{共通な角だから, } \angle AOC = \angle DOB \quad \dots ③$$

①, ②, ③より, 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから, $\triangle OAC \equiv \triangle ODB \quad \dots ④$

次に, $\triangle APB$ と $\triangle DPC$ において,

$$AB = OA - OB, \quad DC = OD - OC$$

$$\text{①, ②より, } AB = DC \quad \dots ⑤$$

$$\text{④より, } \angle PAB = \angle PDC \quad \dots ⑥$$

$$\angle OBD = \angle OCA \quad \dots ⑦$$

$$\text{また, } \angle PBA = 180^\circ - \angle OBD$$

$$\angle PCD = 180^\circ - \angle OCA$$

$$\text{⑦より, } \angle PBA = \angle PCD \quad \dots ⑧$$

⑤, ⑥, ⑧より, 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから, $\triangle APB \equiv \triangle DPC$

したがって, 合同な図形の対応する辺の長さは

$$\text{等しいから, } AP = DP$$

- ② 下の図で, 正方形 $ABCD$ の辺 BC , CD の中点を, それぞれ M , N とする。このとき, 次の問いに答えなさい。

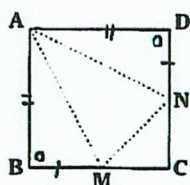
- ① $\triangle ABM \equiv \triangle ADN$ であることを証明しなさい。

右図参照

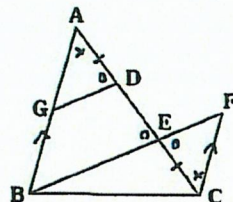
- ② $\angle AMB = x^\circ$ とするとき, $\angle MAN$ の大きさを x の式で表しなさい。

$$\angle BAM = 90^\circ - x^\circ \text{ から}$$

$$\begin{aligned} \angle MAN &= 90^\circ - \angle BAM - \angle DAN \\ &= 2x^\circ - 90^\circ \end{aligned}$$



- ③ 下の図で, $AD=CE$, $AB \parallel FC$, $GD \parallel BF$ である。このとき, $AG=CF$ であることを証明しなさい。



左図参照

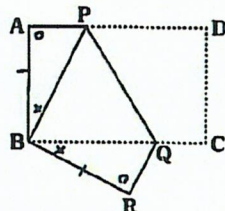
- ④ 下の図のように, 長方形 $ABCD$ の紙を, 点 D が点 B に重なるように折り返した。折り目を PQ とすると, 次の問いに答えなさい。

- ① $\triangle ABP \equiv \triangle RBQ$ であることを証明しなさい。

右図参照

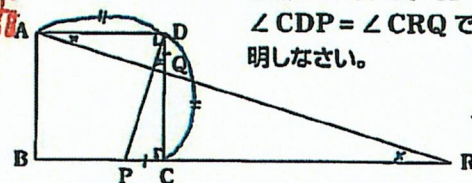
- ② $\angle ABP = 40^\circ$ のとき, $\angle PQR$ の大きさを求めなさい。

$$115^\circ$$



- ⑤ 下の図のように, 正方形 $ABCD$ の辺 BC , CD 上に点 P , Q をとる。また, AQ の延長と BC の延長との交点を R とする。 $CP=DQ$ のとき, $\angle CDP = \angle CRQ$ であることを証明しなさい。

左図参照



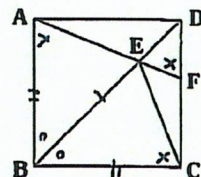
- ⑥ 下の図のように, 正方形 $ABCD$ の対角線 BD 上に点 E をとり, AE の延長と辺 CD との交点を F とする。このとき, 次の問いに答えなさい。

- ① $\angle BCE = \angle AFD$ であることを証明しなさい。

右図参照

- ② $\angle DAF = 24^\circ$ のとき, $\angle BEC$ は何度か。

$$69^\circ$$



- ⑦ 下の図で, 四角形 $ABCD$ は正方形であり, 点 M は辺 CD の中点である。また, 点 E は線分 AC , BM の交点である。このとき, 次の問いに答えなさい。

- ① $\triangle ADM \equiv \triangle BCM$ であることを証明しなさい。

右図参照

- ② 点 D と点 E を結ぶとき, 次のことを証明しなさい。

$$1) \triangle BCE \equiv \triangle DCE$$

$$2) AM \perp DE$$

省略

