小学校のときに一度学習しています。たくさん問題を解いて慣れましょう。

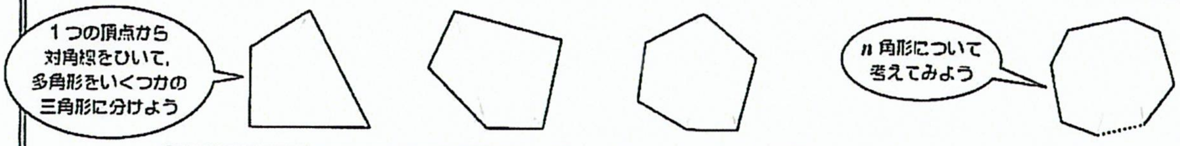
3．多角形と角

ステップ① 多角形の内角

三角形の内角の和は 180° である。ここでは，それをもとにして，四角形，五角形，… といった多角形の内角の和について学習する。

基本学習

▼ 四角形や五角形などの多角形をいくつかの三角形に分けて，内角の和を求めてみよう。



	四角形	五角形	六角形
辺の数	4	5	㋐ 6
三角形の数	2	㋑ 3	4
内角の和	180°×2＝ ㋒ 360°	180°×3＝540°	180°×4＝ ㋓ 720°

三角形の数は辺の数－2になっている

内角の和は 180°×三角形の数

n 角形
n
n－ ㋔ 2
180°×(㋕ n－2)

大切

基本パターン①

▼ 正十角形について，次の問いに答えなさい。

ポイント **多角形の内角の和** n 角形の内角の和は，180°×(n－2)

多角形の中にできる三角形の数

1) 内角の和を求めなさい。

180°×(10－2)＝ ㋐ 1440°

十角形の中にできる三角形の数

2) 1つの内角の大きさを求めなさい。

1) より，内角の和は 1440° だから，1440°÷10＝ ㋑ 144°

十角形には，内角が 10 個ある

確認 正多角形はすべての内角の大きさが等しい。

トライ① 次の問いに答えなさい。

① 七角形について，次の問いに答えなさい。

1) 1つの頂点からひいた対角線によって，いくつの三角形に分けられるか。

5つ

2) 内角の和を求めなさい。

900°

② 正九角形について，次の問いに答えなさい。

1) 内角の和を求めなさい。

180×(9－2)＝1260°

2) 1つの内角の大きさを求めなさい。

1260÷9＝140°

基本パターン②

▼ 内角の和が 1080° になる多角形は何角形か。

n 角形の内角の和は，180°×(n－2) であるから，

180×(n－2)＝1080 　方程式で解こう

n－2＝6

n＝ ㋐ 8 　答え ㋑ 八角形

トライ② 内角の和が 1800° になる多角形は何角形か求めなさい。

180×(n－2)＝1800

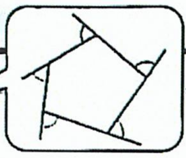
n＝12

十二角形

答え 基本学習 ㋐6 ㋑3 ㋒360 ㋓720 ㋔2 ㋕n－2 基本1 ㋐1440 ㋑144 基本2 ㋐8 ㋑八角形

外角を上手に使えるようになっておこう！

ステップ 2 多角形の外角



ここでは，三角形をふくめて，多角形の外角の和について学習する。

基本学習

▼ 五角形の外角の和を求めてみよう。

● 五角形のどの頂点でも，内角＋外角＝180°

したがって，5つの頂点における内角と外角の和をすべて加えると，

180°×5＝900°

● また，内角だけの和は，180°×(5－2)＝540°

● よって，五角形の外角の和は，900°－540°＝ 360 °

↓

四角形や六角形について調べても，外角の和は 360° となる。

基本パターン 3

ポイント 多角形の外角の和は，いつも 360°

(1) 正六角形について，次の問いに答えなさい。

1） 1つの外角の大きさを求めなさい。

外角の和は 360° だから，360° ÷6＝㋐ 60 °

六角形の外角は6つ

2） 1つの内角の大きさを求めなさい。

1）より，1つの外角は 60° だから，

180°－60°＝㋑ 120 °

(2) 1つの外角の大きさが36°になる正多角形は正何角形か。

外角の和は 360° だから，360° ÷36°＝㋒ 10　答え ㋓ 正十角形

ワザあり!! 正多角形の1つの内角・外角の求め方

内角の和から1つの内角を求めるより，まず，1つの外角を求める方が計算が楽になる。

トライ 3 次の問いに答えなさい。

① 正十二角形について，次の角の大きさを求めなさい。

1） 1つの外角の大きさ

$360° \div 12 = 30°$

2） 1つの内角の大きさ

$180° - 30° = 150°$

② 1つの外角の大きさが20°になる正多角形は正何角形か。

$360° \div 20° = 18$

正十八角形

ステップ 3 多角形の内角・外角の利用

確認

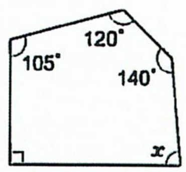
n角形において，
❶ 内角の和は，180°×(n－2)
❷ 外角の和は，360°

基本パターン 4

内角の和だけにたよらずに外角の和も利用しよう。

▼ 次の図で，∠xの大きさを求めなさい。

1）

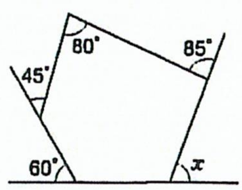


● 五角形の内角の和は，180°×(5－2)＝540°

● ∠x＝540°－(90°＋105°＋120°＋140°)

＝㋐ 85 °

2） **ポイント** 外角が多いときは，外角の和 360° を使うと計算が楽になる。



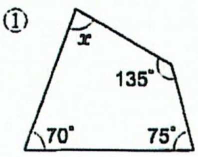
● 内角 80° の外角は，180°－80°＝100°

● ∠x＝360°－(60°＋45°＋100°＋85°)

＝㋑ 70 °

トライ 4 次の図で，∠xの大きさを求めなさい。

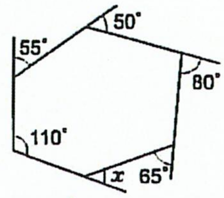
①



$360° - (70° + 135° + 75°)$

$= 80°$

②



$360° - (65° + 80° + 50° + 55° + 110°)$

$= 40°$

答え 基本学習 360　基本3 ㋐60 ㋑120 ㋒10 ㋓正十角形　基本4 ㋐85 ㋑70

角を移動させて，三角形や四角形の内角にまとめてしまおう！

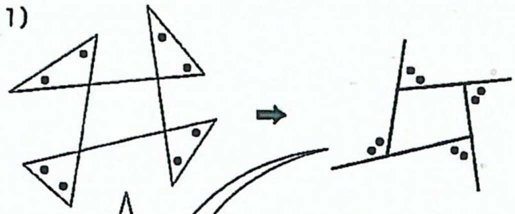
ステップ 4 いろいろな角の求め方

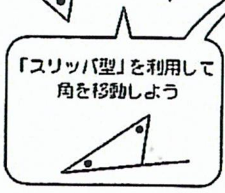
ポイント 「スリッパ型」や「チョウチョ型」を利用して，角を移動して集める。

発展パターン 1

▼ 次の図で，●印をつけた角の和を求めなさい。

1)

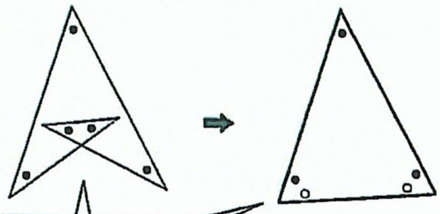


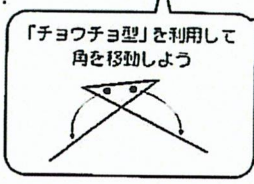


よって，8つの角の和は，
四角形の外角の和と等しくなる。

答え ㋐ 360 °

2)





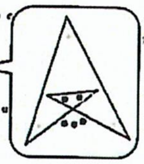
よって，5つの角の和は，
三角形の内角の和と等しくなる。

答え ㋑ 180 °

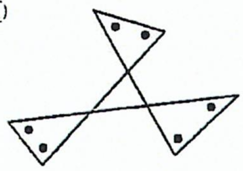
トライ 5

次の図で，●印をつけた角の和を求めなさい。

参考 「矢じり型」を利用してもよい。

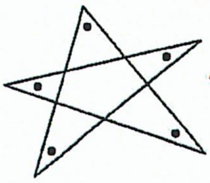


①



360°

②



星型はすべて180°

180°

答え

発展1 ㋐ 360 ㋑ 180

練習問題

たくさん解いて，解き方を工夫したり，問題に慣れよう！

1 次の問いに答えなさい。 基本1

① 八角形について，次の問いに答えなさい。

1) 1つの頂点からひいた対角線によって，いくつの三角形に分けられるか。 6つ

2) 内角の和を求めなさい。 1080°

② 正十角形について，次の問いに答えなさい。

1) 内角の和を求めなさい。 1440°

2) 1つの内角の大きさを求めなさい。 144°

2 次の正多角形について，内角の和と1つの内角の大きさをそれぞれ求めなさい。 基本1

	正五角形	正六角形	正九角形	正十二角形	正二十角形
内角の和	540°	720°	1260°	1800°	3240°
1つの内角の大きさ	108°	120°	140°	150°	162°

3 内角の和が次の大きさになる多角形は何角形か求めなさい。 基本2

① 360° 四角形

② 900° 七角形

③ 1620° 十一角形

④ 2160° 十四角形

⑤ 2700° 十七角形

4 正五角形について，次の角の大きさを求めなさい。 基本3

① 外角の和 360°

② 1つの外角の大きさ 72°

③ 1つの内角の大きさ 108°

5 次の正多角形について，１つの外角の大きさと，１つの内角の大きさをそれぞれ求めなさい。 基本3

	正八角形	正十角形	正二十四角形	正三十角形	正百角形
１つの外角の大きさ	45°	36°	15°	12°	3.6°
１つの内角の大きさ	135°	144°	165°	168°	176.4°

6 １つの外角が次の大きさになる正多角形は正何角形か求めなさい。 基本3

① 60°　② 18°　③ 10°

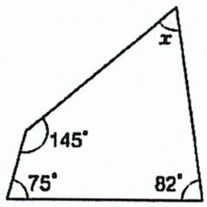
正六角形　正二十角形　正三十六角形

7 １つの内角が次の大きさになる正多角形は正何角形か求めなさい。 ステップ2

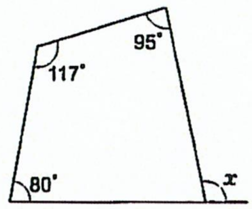
① 140°　② 150°　③ 160°

正九角形　正十二角形　正十八角形

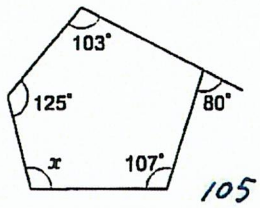
8 次の図で，∠xの大きさを求めなさい。 基本4

①


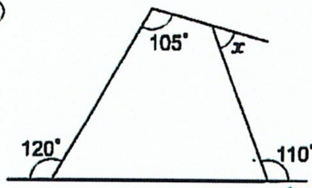
58°

②


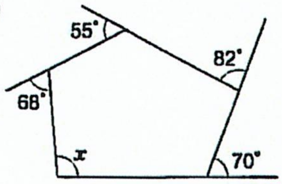
112°

③


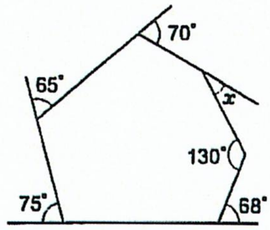
105°

④


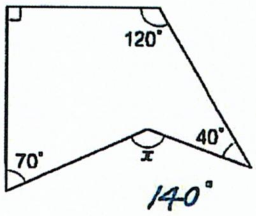
55°

⑤


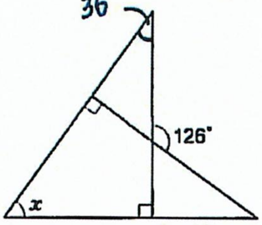
95°

⑥


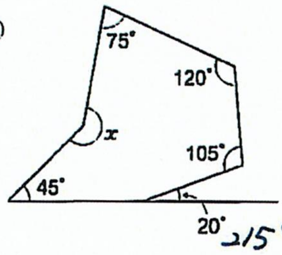
32°

⑦


140°

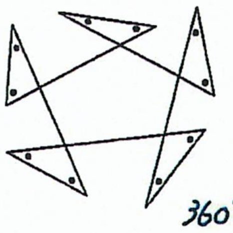
⑧
36°


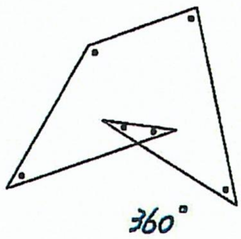
54°

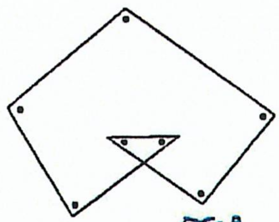
⑨


215°

9 次の図で，・印をつけた角の和を求めなさい。 発展1

①

360°

②

360°

③

540°

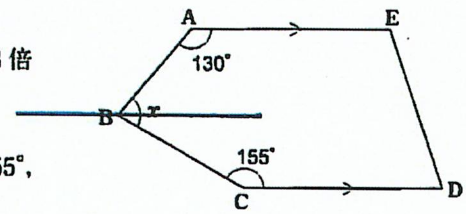
10 次の問いに答えなさい。 ステップ123

① 正多角形で，１つの内角の大きさが１つの外角の大きさの３倍になるのは正何角形か。

正八角形

② 右の図の五角形ABCDEにおいて，∠A＝130°，∠C＝155°，AE∥CDであるとき，∠xの大きさを求めなさい。

75°



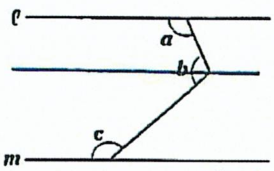
よく考えれば解ける問題です。中上位クラスはチャレンジさせておこう!

応用問題

さあ, チャレンジしてみよう！あきらめずに最後までトライ！

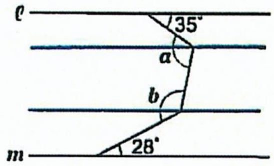
1 次の図で，$\ell /\!/ m$ のとき，それぞれの問いに答えなさい。

① $\angle a+\angle b+\angle c$ の大きさを求めなさい。



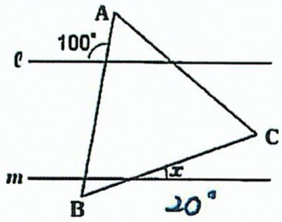
360°

② $\angle a+\angle b$ の大きさを求めなさい。



243°

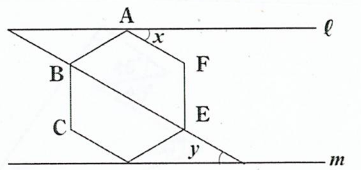
③ △ABC が正三角形のとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。



20°

2 次の図で，$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めなさい。

①

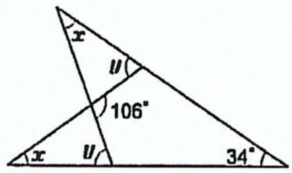


・ABCDEF は正六角形

・$\ell \perp AD$，$m \perp AD$

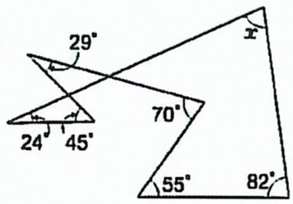
$\angle x=30°$ $\angle y=30°$

②



$\angle x=36°$ $\angle y=70°$

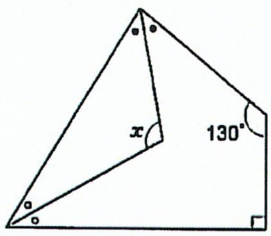
③



$\angle x=73°$

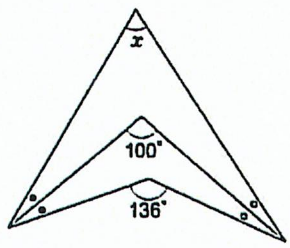
3 次の図で，同じ印がついた角の大きさが等しいとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

①



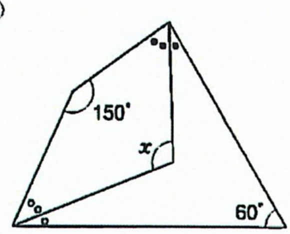
110°

②



64°

③



110°

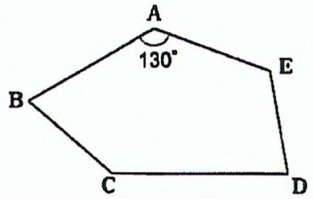
4 次の問いに答えなさい。

① 内角の和が 2340° である正多角形の１つの外角の大きさを求めなさい。 24°

② 内角の和が 1000° より大きい多角形のうち，最も頂点の数が少ない多角形は何角形か。 八角形

③ １つの内角の大きさが 135° である正多角形の１つの頂点から，対角線は何本ひけるか。 5本

5 やや難 右の図の五角形 ABCDE で，$\angle A=130°$，$\angle C$ は $\angle B$ の２倍，$\angle D$ は $\angle B$ より 10° 大きく，$\angle E$ は $\angle C$ より 20° 小さい。このとき，$\angle B$ の大きさを求めなさい。



$\angle B=x°$ とすると

$\angle C=2x°$，$\angle D=x°+10°$，$\angle E=\angle C-20°=2x°-20°$

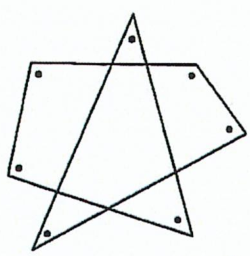
$130+x+2x+(x+10)+(2x-20)=540$

$x=70$

$\angle B=70°$

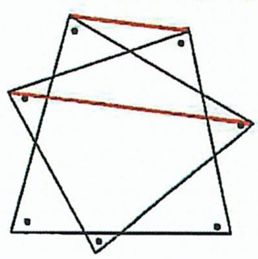
6 やや難 次の図で，• 印をつけた角の和を求めなさい。

①



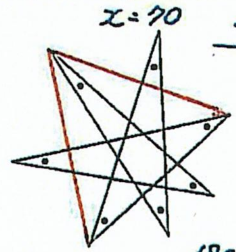
540°

②



540°

③



180°