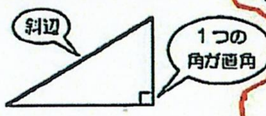
直角三角形のみに使える合同条件が2つあります。きちんとおぼえておきましょう。

2．直角三角形，定理の逆

ステップ ① 直角三角形の合同条件

直角三角形の直角に対する辺を斜辺（しゃへん）という。

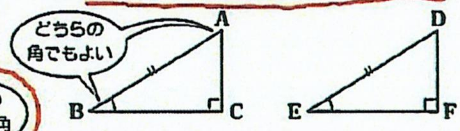
ポイント 直角三角形



2つの直角三角形は，次のどちらかの条件が成り立てば合同である。 暗記

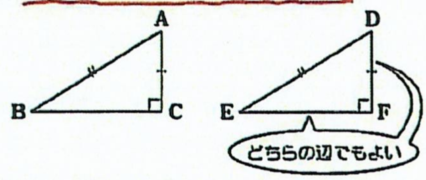
ポイント 直角三角形の合同条件（△ABC ≡ △DEF）

❶ 斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい。



AB＝DE，∠C＝∠F＝90°，∠B＝∠E

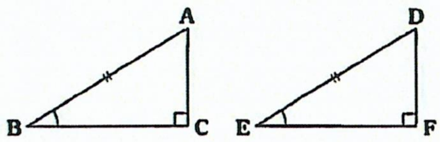
❷ 斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい。



AB＝DE，∠C＝∠F＝90°，AC＝DF

基本学習 直角三角形の合同条件❶の証明

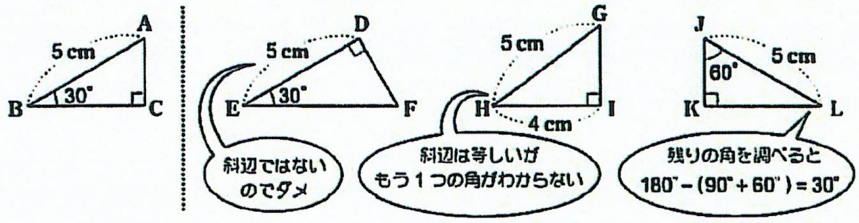
▼ 下の図で，∠C＝∠F＝90°，AB＝DE，∠B＝∠Eならば，△ABC ≡ △DEF であることを証明しなさい。



【証明】
△ABCと△DEFにおいて，
仮定より，AB＝DE …①，∠B＝∠ ㋐ E …②
∠C＝∠F＝90° …③
また，∠A＝180°－∠B－∠C，∠D＝180°－∠E－∠ ㋑ F
②，③より，∠A＝∠D …④
①，②，④より，㋒ 1組の辺とその両端の角 がそれぞれ等しいから，
△ABC ≡ △DEF

基本パターン ①

▼ 次の図で，△ABCと合同な三角形はどれか，記号≡を使って表しなさい。
また，そのときに使った合同条件は，上のポイント❶，❷のどちらか。



答え △ABC ≡ △ ㋐ JLK ，合同条件 ㋑ ①

ポイント 合同な直角三角形の見つけ方

1 まず，斜辺の長さが同じ三角形を見つける。

2 角の大きさを見るときは，残りの角にも注意する。

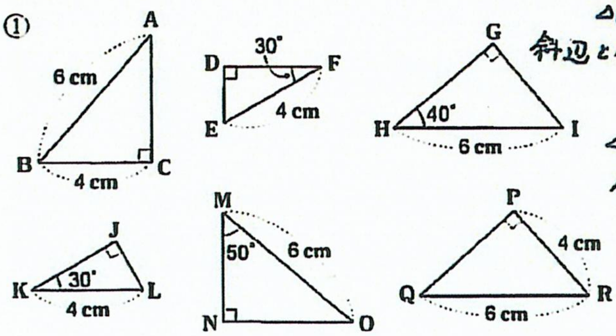
参考 直角三角形の角の求め方

直角以外の残りの2つの角の和は90°だから，∠L＝90°－60°＝30°と計算すると楽だよ。

トライ ①

次の図で，合同な三角形はどれとどれか，記号≡を使って表しなさい。また，そのときに使った合同条件を書きなさい。

①

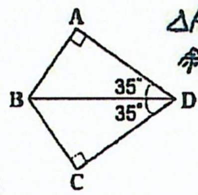


△ABC≡△QRP
斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい

△DEF≡△JLK
斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい

△GHI≡△NOM
斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい

②



△ABD≡△CBD
斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい。

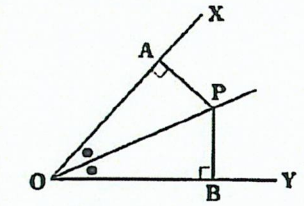
答え 基本学習 ㋐E ㋑F ㋒1組の辺とその両端の角
基本1 ㋐JLK ㋑❶

直角三角形の合同条件を使うときは、必ず直角であることを証明しましょう。

ステップ 2 直角三角形の合同の証明

三角形の合同の証明と同じで、その証明の理由（根拠）をはっきりと書くことが大切である。

基本パターン 2



▼ 左の図は，∠XOY の二等分線上の点 P から，OX，OY にそれぞれ垂線 PA，PB をひいたものである。このとき，PA＝PB となることを証明しなさい。

【証明】 △OAP と △OBP において，

仮定より，∠AOP＝∠㋐ BOP …①

∠OAP＝∠OBP＝90° …②

共通な辺だから，OP＝㋑ OP …③

直角が等しいという条件が必ずある

参考 これは，角の二等分線上の点から 2 辺までの距離が等しいことの証明である。

①，②，③より，直角三角形の㋒ 斜辺と1つの鋭角 がそれぞれ等しいから，

△OAP ≡ △OBP

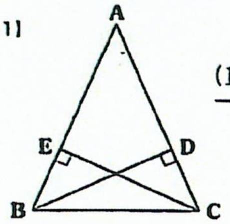
直角三角形の合同条件

よって，対応する辺の長さは等しいから，PA＝PB

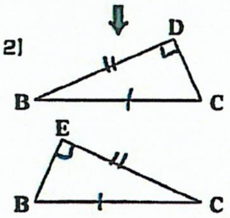
トライ 2

下の図 1 の △ABC で，B，C から辺 AC，AB にそれぞれ垂線 BD，CE をひく。BD＝CE のとき，次の問いに答えなさい。

【図1】



【図2】



(1) 図 2 の中に，等しい辺や角に同じ印をつけ，△DBC ≡ △ECB であることを証明しなさい。

【証明】 △DBC と △㋐ ECB において

仮定より，BD＝㋑ CE …①，∠BDC＝∠CEB＝㋒ 90 ° …②

共通な辺だから，BC＝㋓ CB …③

①，②，③より，直角三角形の㋔ 斜辺と他の1辺 がそれぞれ等しいから，

△DBC ≡ △㋕ ECB

(2) △ABC はどんな三角形か。また，その理由を書きなさい。

二等辺三角形 <理由> △DBC ≡ △ECB より，∠DCB＝∠EBC 2つの角が等しいから △ABC は二等辺三角形である。

ステップ 3 定理の逆（ぎゃく）

二等辺三角形の定理「二等辺三角形 ならば，2つの 角は等しい」

二等辺三角形になるための条件「2つの 角が等しい ならば，二等辺三角形 である」

このように，ある定理の仮定と結論を入れかえたものを，その定理の逆という。

あることがらが正しい場合，その逆がすべて正しくなるとはかぎらない。

ポイント 定理の逆

「　　ならば，□」

「□ならば，　　」

基本パターン 3

▼ 次のことがらの逆をいいなさい。また，それが正しければ〔 〕に○を，正しくなければ〔 〕に×を書きなさい。

自然数 a，b で，a も b も偶数 ならば，$a+b$ は偶数 である。

答え 自然数 a，b で，㋐ $a+b$ が偶数 ならば，㋑ a も b も偶数 である。㋒〔 × 〕

参考 2＋4＝6 で偶数となるが，1＋5＝6 のような場合もある。だから「$a+b$ が偶数ならば，a も b も偶数である」とは言えない。

このように，あることがらが成り立たない例を反例という。あることがらが正しくないことを示すには，反例を 1 つあげればよい。

トライ 3

次のことがらの逆をいいなさい。また，それが正しいかどうかも答えなさい。

① △ABC ≡ △DEF ならば，∠A＝∠D である。

∠A＝∠D ならば △ABC ≡ △DEF である。 正しくない。

② x が 6 の倍数ならば，x は 3 の倍数である。

x が 3 の倍数ならば x は 6 の倍数である。 正しくない。

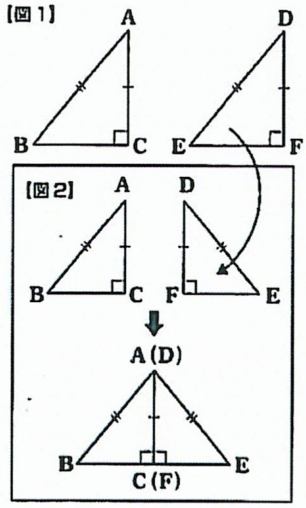
答え 基本2 ㋐ BOP ㋑ OP ㋒ 斜辺と 1 つの鋭角 基本3 ㋐ $a+b$ が偶数 ㋑ a も b も偶数 ㋒ ×

直角を見つけて，あと1つの条件を問題文からさがしましょう。

練習問題

たくさん解いて，解き方を工夫したり，問題に慣れよう！

1 下の図1で，∠C＝∠F＝90°，AB＝DE，AC＝DF ならば，△ABC≡△DEF であることを証明しなさい。（直角三角形の合同条件❷の証明） ステップ1



【証明】

図2のように，△DEF を裏返して，AC と DF を重ねる。

∠C＝∠F＝㋐ 90 °だから，∠BCE＝∠C＋∠F＝㋑ 180 °

したがって，BCE は一直線となる。

よって，△ABE は，AB＝㋒ AE の二等辺三角形となり，

2つの㋓ 底角 は等しいから，∠B＝∠㋔ E …①

△ABC と△DEF において，

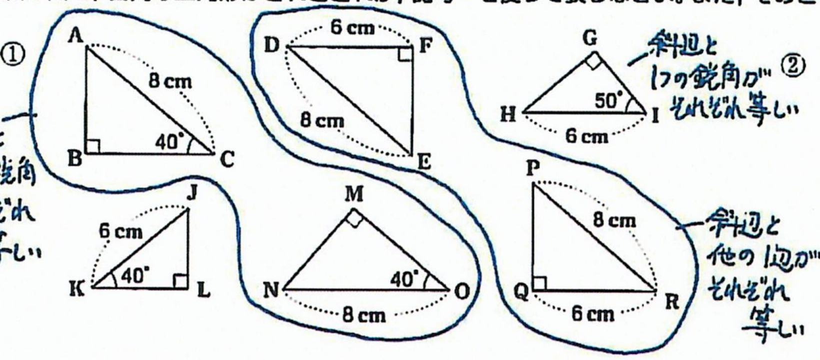
仮定より，AB＝㋕ DE …②，∠C＝∠F＝㋖ 90 ° …③

①，②，③より，直角三角形の㋗ 斜辺と1つの鋭角 がそれぞれ等しいから，

△ABC≡△㋘ DEF

2 次の図で，合同な三角形はどれとどれか，記号≡を使って表しなさい。また，そのときに使った合同条件を書きなさい。

①

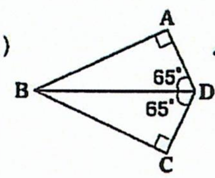


斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい

斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい

斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい

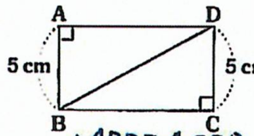
② 1）



△ABD≡△CBD

斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい

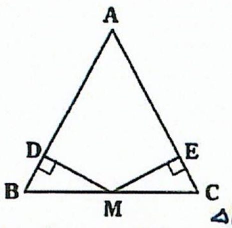
2）



△ABD≡△CDB

斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい

3 下の図のように，△ABC の辺 BC の中点 M から，辺 AB，AC にそれぞれ垂線 MD，ME をひく。MD＝ME のとき，次の問いに答えなさい。 基本2



（1）△BMD≡△CME であることを証明しなさい。

【証明】△BMD と△CME において，

仮定より，BM＝㋐ CM …①，MD＝㋑ ME …②

∠MDB＝∠㋒ MEC ＝90° …③

①，②，③より，

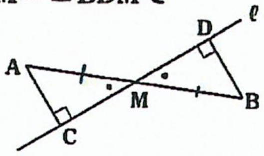
直角三角形の㋓ 斜辺と他の1辺 がそれぞれ等しいから，

△BMD≡△㋔ CME

（2）△ABC はどんな三角形か。また，その理由を書きなさい。

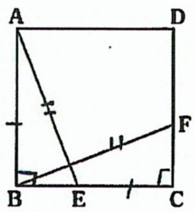
二等辺三角形〈理由〉△BMD≡△CMEより ∠DBM＝∠ECM 2つの角が等しいから △ABCは二等辺三角形である。

4 下の図のように，線分 AB の中点 M を通る直線 ℓ に2点 A，B から垂線をひき，ℓ との交点をそれぞれ C，D とする。このとき，△ACM≡△BDM であることを証明しなさい。 基本2



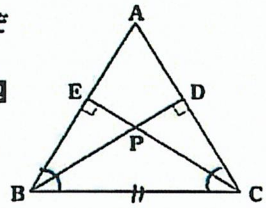
右図参照

5 右の図のように，正方形 ABCD の辺 BC，CD 上に，AE＝BF となるように点 E，F をとる。このとき，△ABE≡△BCF であることを証明しなさい。 基本2



右図参照

6 右の図の△ABC は，AB＝AC の二等辺三角形である。B，C から辺 AC，AB にそれぞれ垂線 BD，CE をひき，BD と CE との交点を P とするとき，次の問いに答えなさい。

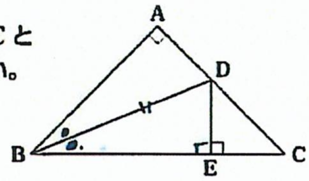


基本2

① △EBC ≡ △DCB であることを利用して，∠ECB＝∠DBC であることを証明しなさい。　右図参照

② △PBC はどんな三角形か。また，その理由を書きなさい。
二等辺三角形
〈理由〉①より ∠PBC＝∠PCB　2つの角が等しいから △PBC は二等辺三角形である。

7 右の図の△ABC は，∠A＝90°の直角二等辺三角形である。∠B の二等分線が辺 AC と交わる点を D とし，D から辺 BC に垂線 DE をひく。このとき，次の問いに答えなさい。

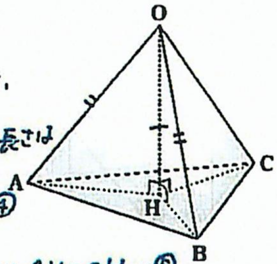


ステップ2

① △ABD ≡ △EBD であることを証明しなさい。　右図参照

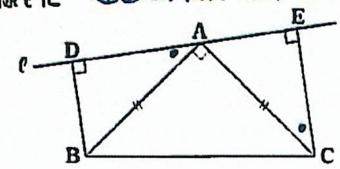
② 線分 AD と長さの等しい線分をすべて答えなさい。
線分 ED，線分 EC

8 右の図の三角錐 O−ABC で，O から底面△ABC にひいた垂線を OH とする。このとき，OA＝OB＝OC ならば，AH＝BH＝CH となることを証明しなさい。　ステップ2



△OAH と △OBH において，
仮定より OA＝OB …①
∠OHA＝∠OHB＝90° …②
共通な辺だから OH＝OH …③
①②③より
直角三角形の斜辺と他の一辺が
それぞれ等しいから
△OAH ≡ △OBH
よって対応する辺の長さは
等しいから
AH＝BH …④
同様にして
△OAH ≡ △OCH より AH＝CH …⑤
④⑤より AH＝BH＝CH

9 右の図のように，∠BAC＝90°である直角二等辺三角形 ABC がある。A を通る直線 ℓ に B，C からそれぞれ垂線 BD，CE をひく。このとき，次の問いに答えなさい。



ステップ2

① △ABD ≡ △CAE であることを証明しなさい。　右図参照

② BD＋CE＝DE であることを証明しなさい。
△ABD ≡ △CAE より
対応する辺の長さは等しいから
BD＝AE
AD＝CE
BD＋CE＝AE＋AD
＝DE

10 次のことがらの逆をいいなさい。また，それが正しいかどうかも答えなさい。　基本3

① △ABC で，∠B＝∠C ならば，AB＝AC である。
△ABC で AB＝AC ならば ∠B＝∠C である。…正しい

② 2つの直線が平行ならば，錯角は等しい。
錯角が等しいならば，2つの直線は平行である。…正しい

③ 正三角形ならば，3つの角は等しい。
三角形の3つの角が等しいならば，正三角形である。…正しい

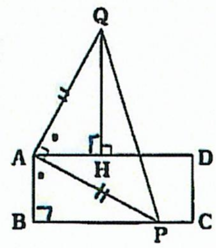
④ 整数 a，b で，$a>0$，$b>0$ ならば，$ab>0$ である。
整数の a，b で $ab>0$ ならば $a>0$，$b>0$ である。…正しくない

気付きができれば，そこまで難問ではないです。がんばって解いてみよう！

応用問題

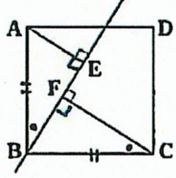
さあ，チャレンジしてみよう！あきらめずに最後までトライ！

1 右の図のように，長方形 ABCD で，辺 BC 上に点 P をとり，∠PAQ＝90°の直角二等辺三角形 APQ をつくる。頂点 Q から辺 AD に垂線をひき，AD との交点を H とする。このとき，△ABP ≡ △AHQ であることを証明しなさい。



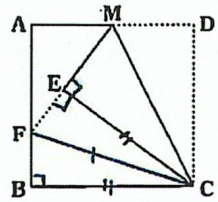
右図参照

2 右の図のように，正方形 ABCD の頂点 B を通り，辺 AD と交わる直線 ℓ に頂点 A，C から垂線をひき，ℓ との交点をそれぞれ E，F とする。このとき，AE＝BF であることを証明しなさい。



右図参照

3 右の図のように，正方形 ABCD を，AD の中点 M と頂点 C を結ぶ直線を折り目として折り返す。頂点 D が移る点を E，ME の延長と AB との交点を F とするとき，FE＝FB であることを証明しなさい。



右図参照