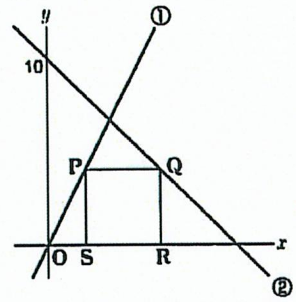
この単元は入試とつながりがあります．きちんと理解させましょう．

5．1次関数と図形

ステップ 1　1次関数と正方形



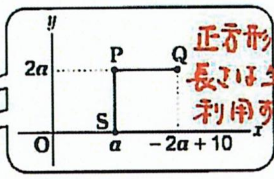
発展パターン 1　この解き方は確実に身につけておこう！

▼ 右の図のように，2直線 $y=2x$ …①，$y=-x+10$ …②がある。直線①上の x 座標が a である点をPとする。点Pを通り，x 軸に平行な直線と直線②との交点をQとし，点Q，Pから x 軸に下ろした垂線をQR，PSとする。四角形PQRSが正方形となるとき，a の値を求めなさい。

- 点Pの x 座標は a だから，y 座標は，$y=2a$ （$y=2x$ に $x=a$ を代入）
- 点Qの y 座標も点Pと同じ $2a$ だから，点Qの x 座標は，
  $2a=-x+10$ （$y=-x+10$ に $y=2a$ を代入）
  $x=\boxed{-2a+10}$

➡

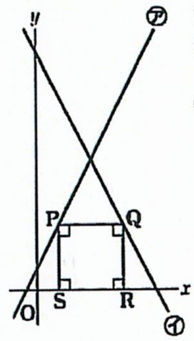
- 線分PSの長さ＝$2a$
- 線分PQの長さ
  ＝（点Qの x 座標）－（点Pの x 座標）
  ＝$-2a+10-a$
  ＝㋐ $-3a+10$



正方形の一辺の長さは等しいことを利用する

- 四角形PQRSが正方形となるのは PS＝PQ のときだから，
  $2a=-3a+10$
  $a=$ ㋑ 2

トライ 1　下の図のように，2直線 $y=2x+1$ …㋐，$y=-2x+11$ …㋑がある。直線㋐上の点Pの x 座標を a として，四角形PQRSが正方形となるとき，次の問いに答えなさい。



① a の値を求めなさい。

P（a，2a＋1）
Q（−a＋5，2a＋1）
PSの長さ　2a＋1
PQの長さ　−2a＋5

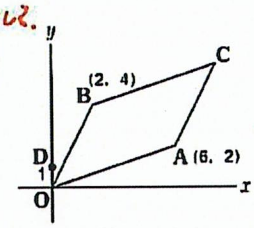
よって
2a＋1＝−2a＋5
4a＝4
a＝1

② 点Pの座標を求めなさい。

P（1，3）

ステップ 2　1次関数と平行四辺形

平行四辺形の特徴を生かして，関数を考えさせましょう．

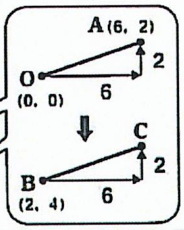


発展パターン 2

▼ 右の図のように，4点O(0，0)，A(6，2)，B(2，4)，Cを頂点とする▱OACBがある。このとき，次の問いに答えなさい。

1）点Cの座標を求めなさい。

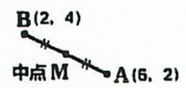
平行四辺形だから，
OA∥BC，OA＝BCより，
点Cの x 座標は，$2+6=8$
y 座標は，$4+2=$ ㋐ 6



答え C(8，㋑ 6)

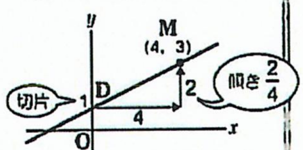
2）点D(0，1)を通り，▱OACBの面積を2等分する直線の式を求めなさい。

- まず，ABの中点Mを求める。



（㋒ 4 ，3）

- 求める直線DMは

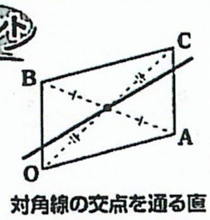


傾きが $\frac{1}{2}$，切片が $\boxed{1}$

⬇

答え $y=$ ㋓ $\frac{1}{2}$ $x+$ ㋔ 1

ポイント　大切



対角線の交点を通る直線は，平行四辺形の面積を2等分する。

ポイント　中点は平均点！　重要

$\left(\frac{2+6}{2},\ \frac{4+2}{2}\right)$

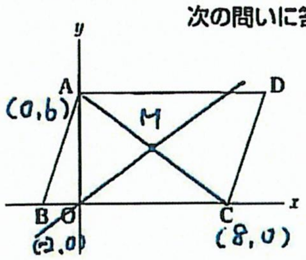
x 座標の平均　y 座標の平均

答え

発展1　㋐ $-3a+10$　㋑ 2
発展2　㋐ 6　㋑ 6　㋒ 4
㋓ $\frac{1}{2}$　㋔ 1

トライ②

下の図のように，4点A(0, 6)，B(−2, 0)，C(8, 0)，Dを頂点とする▱ABCDがある。このとき，次の問いに答えなさい。



① 点Dの座標を求めなさい。

ABの傾きを利用する

D(10, 6)

② 原点を通り，▱ABCDの面積を2等分する直線の式を求めなさい。

ACの中点をMとすると

$M\left(\frac{0+8}{2}, \frac{6+0}{2}\right)$

M(4, 3) だから

求める式OMは $y=\frac{3}{4}x$

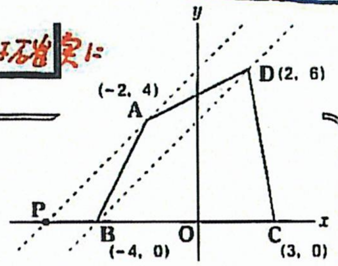
やや難しい考え方だが，とても大切な単元です。

ステップ③ 1次関数と等積変形

上位クラスの生徒には確実におさえさせましょう。

発展パターン③

▼ 右の図のように，4点A(−2, 4)，B(−4, 0)，C(3, 0)，D(2, 6)を頂点とする四角形ABCDがある。x軸上の点Bより左側に点Pをとり，△DPCと四角形ABCDの面積が等しくなるようにする。このとき，点Pの座標を求めなさい。



● 四角形ABCD＝ $\boxed{\triangle DAB}$ ＋△DBC

△DPC＝ $\boxed{\triangle DPB}$ ＋△DBC

よって，四角形ABCD＝△DPCとなるには，$\boxed{\triangle DAB = \triangle DPB}$ となればよい。

したがって，AP∥DB であればよい。

大切

ポイント 等積変形

点Aを通り，直線DBに平行な直線とx軸との交点をPとすると，

△DAB＝△DPB

● B(−4, 0)，D(2, 6)より，直線DBの傾きは，$\frac{6}{6}=1$　（+6，+6）

● 直線APの式を$y=ax+b$とする。点Aを通り，傾きが 1 より，

1　A(−2, 4)

$a\ x + b = y$

$1\times(-2)+b=4$

$b=$ ㋐ 6

よって，$y=x+6$

点Pのy座標は0だから，

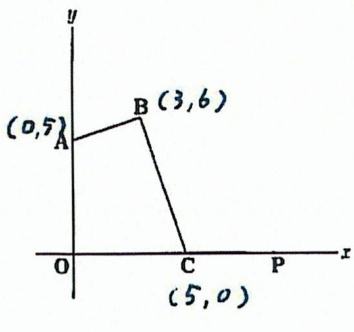
$0=x+6$

$x=$ ㋑ −6

⇒ 答え P(㋒ −6 , 0)

トライ③

右の図のように，4点O(0, 0)，A(0, 5)，B(3, 6)，C(5, 0)を頂点とする四角形OABCがある。x軸上の点Cより右側に点Pをとり，△OAPと四角形OABCの面積が等しくなるようにする。このとき，次の問いに答えなさい。



① 直線ACの傾きを求めなさい。

−1

② 点Bを通り，直線ACに平行な直線の式を求めなさい。

$y=ax+b$に $a=-1$を代入

$y=-x+b$に B(3, 6)を代入

$6=-3+b$

$b=9$

よって $y=-x+9$

③ 点Pの座標を求めなさい。

点Pは②上にあるから

P(9, 0)

答え

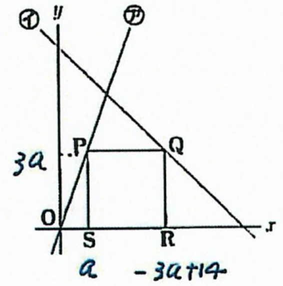
発展3 ㋐6　㋑−6　㋒−6

よく考えて、何をどうすればよいかを身につけましょう。

練習問題

たくさん解いて，解き方を工夫したり，問題に慣れよう！

1 右の図のように，2直線 $y=3x$ …㋐，$y=-x+14$ …㋑ がある。直線㋐上の x 座標が a である点をPとする。点Pを通り，x 軸に平行な直線と直線㋑との交点をQとし，点Q，Pから x 軸に下ろした垂線をQR，PSとする。四角形PQRSが正方形となるとき，次の問いに答えなさい。 発展1



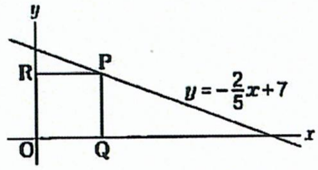
① a の値を求めなさい。

$a=2$

② 点Pの座標を求めなさい。

(2, 6)

2 右の図で，直線 $y=-\frac{2}{5}x+7$ 上の x 座標が a である点Pから x 軸，y 軸に垂線をひき，その交点をそれぞれQ，Rとする。四角形PQORが正方形となるとき，点Pの座標を求めなさい。 発展1



Pのx座標をaとすると

P$(a, -\frac{2}{5}a+7)$

PR = PQより

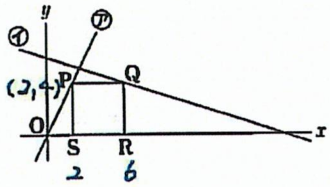
$a=-\frac{2}{5}a+7$

$a=5$

よって P(5, 5)

3 右の図のように，直線 $y=2x$ …㋐，$y=ax+6$ …㋑ がある。直線㋐上の点Pを通り，x 軸に平行な直線と直線㋑との交点をQとし，点Q，Pから x 軸に下ろした垂線をQR，PSとする。点Sの x 座標が2で，四角形PQRSが正方形となるとき，a の値を求めなさい。 発展1

書難



Pの座標は(2, 4)

PS = SRなので

Rの座標は(6, 0)

よって

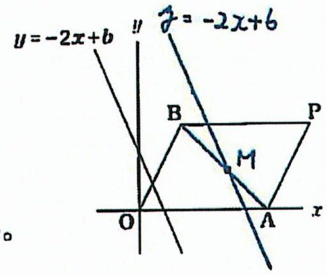
Qの座標は(6, 4)とわかる

Qは㋑の上にあるので

$4=6a+6$

$a=-\frac{1}{3}$

4 右の図のように，3点O(0, 0)，A(6, 0)，B(2, 4)があり，▱OAPBとなるように点Pをとる。このとき，次の問いに答えなさい。 発展2



① 点Pの座標を求めなさい。

(8, 4)

② 直線 $y=-2x+b$ が▱OAPBの面積を2等分するとき，b の値を求めなさい。

ABの中点Mの座標は

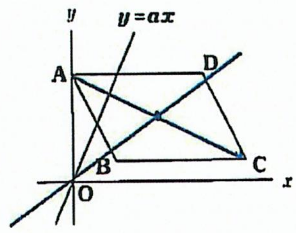
(4, 2)

Mは $y=-2x+b$ 上にあるので

$2=-8+b$

$b=10$

5 右の図のように，4点A(0, 5)，B，C(8, 1)，D(6, 5)を頂点とする▱ABCDと，原点を通る直線 $y=ax$ がある。このとき，次の問いに答えなさい。 発展2



① 点Bの座標を求めなさい。

(2, 1)

② 直線 $y=ax$ が▱ABCDの面積を2等分するとき，a の値を求めなさい。

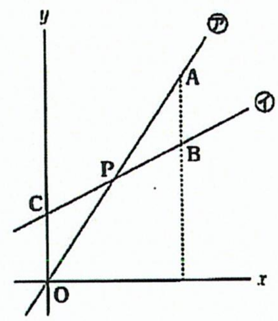
ACの中点は

(4, 3)

よって $y=ax$ は $y=\frac{3}{4}x$

つまり $a=\frac{3}{4}$

6 右の図のように，2直線 $y=\frac{3}{2}x$ …㋐，$y=\frac{1}{2}x+2$ …㋑ がある。Aは直線㋐上の点，Bは直線㋑上の点で，A，Bの x 座標は等しい。また，Cは直線㋑と y 軸との交点で，Pは直線㋐，㋑の交点である。このとき，次の問いに答えなさい。 発展2



① 点Pの座標を求めなさい。

(2, 3)

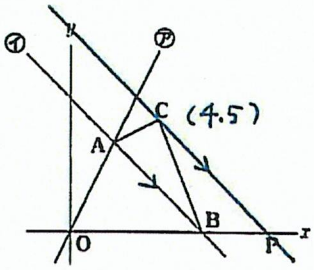
② ▱ACOBとなるとき，点Bの座標を求めなさい。

(4, 4)

③ ②のとき，点(0, 4)を通り，▱ACOBの面積を2等分する直線の式を求めなさい。

$y=-\frac{1}{2}x+4$

7 右の図のように，2直線 $y=2x$ …㋐，$y=-x+6$ …㋑ が点Aで交わっている。直線㋑と x 軸との交点をBとし，点Cの座標は (4, 5) である。x 軸上の正の部分に点Pをとり，△AOPと四角形AOBCの面積が等しくなるようにするとき，次の問いに答えなさい。 発展3

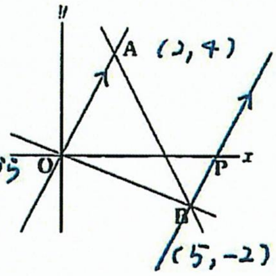


① 点Cを通り，直線㋑と平行な直線の式を求めなさい。

② 点Pの座標を求めなさい。　　$y=-x+9$

P (9, 0)

8 右の図のように，3つの直線が，原点O，点A(2, 4)，点B(5, −2) で交わっている。x 軸上の正の部分に点Pをとり，△AOBと△AOPの面積が等しくなるようにするとき，点Pの座標を求めなさい。 発展3



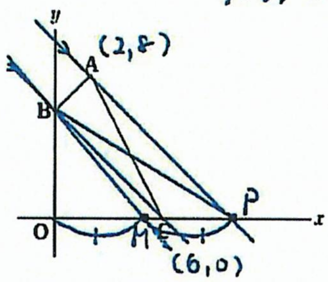
△AOB＝△AOPのとき　AO//PB

AOの傾き $\frac{4}{2}=2$

BPを $y=ax+b$ とすると $y=2x-12$

Pのy座標は0だから P (6, 0)

9 右の図のように，3点A(2, 8)，B(0, 6)，C(6, 0) がある。このとき，次の問いに答えなさい。 ステップ③



① x 軸上の正の部分に点Pをとり，△BOPと四角形ABOCの面積が等しくなるようにするとき，点Pの座標を求めなさい。 (10, 0)

やや難 ② 点Bを通り，四角形ABOCの面積を2等分する直線の式を求めなさい。

OPの中点をMとすると

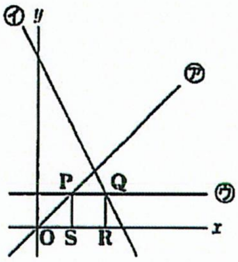
△BOM＝$\frac{1}{2}$△BOP＝$\frac{1}{2}$四角形ABOC

よってBMは $y=-\frac{6}{5}x+6$

応用問題

さあ，チャレンジしてみよう！あきらめずに最後までトライ！

1 やや難 右の図のように，3直線 $y=x$ …㋐，$y=-2x+12$ …㋑，$y=k$ …㋒ がある。直線㋒と直線㋐，㋑との交点をそれぞれP，Qとし，2点P，Qからそれぞれ x 軸に垂線PS，QRをひく。四角形PQRSが正方形となるとき，k の値を求めなさい。ただし，$0<k<4$ とする。



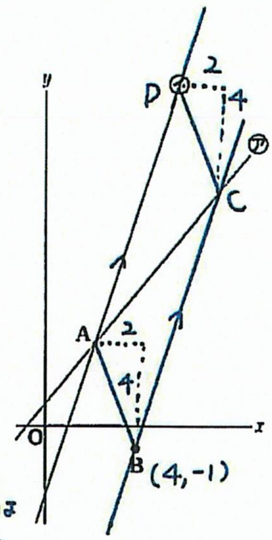
PS＝k

Qのx座標は $x=-\frac{1}{2}k+6$

よってPQ＝$-\frac{3}{2}k+6$

PS＝PQより $k=\frac{12}{5}$

2 右の図のように，2直線 $y=x+1$ …㋐，$y=3x-3$ …㋑ が点Aで交わっている。また，点Bの座標を (4, −1) とするとき，次の問いに答えなさい。



① 点Aの座標を求めなさい。 (2, 3)

やや難 ② 直線㋐上に点C，直線㋑上に点Dをとり，▱ABCDとなるようにするとき，2点C，Dの座標を求めなさい。ただし，2点C，Dの x 座標は正であるものとする。

BCを $y=ax+b$ として

BC//ADだから

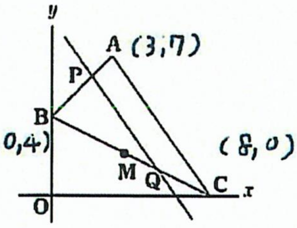
$y=3x-13$

よって

BCと㋐の交点は C (7, 8)

Cより，Dの座標は D (5, 12)

3 右の図のように，3点A(3, 7)，B(0, 4)，C(8, 0) を頂点とする△ABCと，辺AB上の点P(2, 6) がある。直線PQが△ABCの面積を2等分するとき，次の問いに答えなさい。



① 辺BCの中点Mの座標を求めなさい。 (4, 2)

② 直線AQの傾きを求めなさい。 −2

③ 点Qの座標を求めなさい。 (6, 1)