Ⅵ 確率（かくりつ）

■ **くじ引きは先にひくのと，後にひくのとではどちらが得？**

３本のくじがあり，そのうちあたりくじが１本入っている。１本のあたりくじには❶，２本のはずれくじには②，③の番号が書いてある。このくじを，太郎さん，はな子さん，マスオさんが順番にひくとき，誰が最もあたりやすいだろうか。

入試に出やすい単元です。小問で出題されることが多いです。

くじのひき方をすべてあげると，次の通りである。

太郎さん	はな子さん	マスオさん
❶	②	③
❶	③	②
②	❶	③
②	③	❶
③	❶	②
③	②	❶

- くじのひき方には 6通り あり，あたりくじをひく場合は３人とも［ 2 ］通り あることがわかる。

  つまり，あたりやすさは３人とも同じであり，「残りものには福がある。」といったことはない。

- また，このくじのあたりやすさは，6通りのうち２通りであり，$\frac{1}{3}$ と考えられる。

  ⬇

  では，くじの本数やあたりの本数を変えると，あたりやすさはどう変化するのだろうか？

これから学習する，新しい数学の考え方

１年生では，繰り返しの実験により，あることがらが起こる確率を求める方法を学習した。この章では，実験によらない確率の考え方を学習する。

あることがらの起こり方が何通りあるか，その数を，そのことがらが起こる**場合の数**という。また，そのことがらが起こることが期待される程度（割合）を数で表したものを**確率**という。

１．場合の数と確率

ステップ１ 場合の数 ① －並べ方－

基本パターン１

▼ A，B，Cの３人が，左から順に並んで座るとき，次の問いに答えなさい。

1）Aが１番目に座るとき，３人の並び方は，全部で何通りあるか。

考えられるすべての順番を，順序よく整理して数え上げるには，下のような樹形図をよく用いる。

基本

ポイント 樹形図（じゅけいず）

１番目　２番目　３番目

A ─ B ─ C
A ─ C ─ B

最後に，何本に枝分かれしたか → 答え ㋐［ 2 ］通り

2）３人の座り方は，全部で何通りあるか。

1）と同じように，１番目がB，Cの場合についても考える。

B ─ A ─ C
B ─ C ─ ㋑［ A ］

C ─ A ─ ㋒［ B ］
C ─ ㋓［ B ］ ─ ㋔［ A ］

- Aと同様に，B，Cが１番目に座るときも，同じように２通りずつあるから，全部で，２通り×３人分 ➡ 答え ㋕［ 6 ］通り

学校ではならいません

ワザあり！ 「並べ方」の計算による求め方

１番目　２番目　３番目

３通り × ２通り × １通り ＝ ６通り

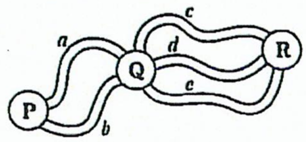
A，B，Cの３人 …… １番目に並んだ人以外の残りの２人 …… 最後に残った１人

答え　わかるかな？ 2　基本１ ㋐2　㋑A　㋒B　㋓B　㋔A　㋕6

確立の基本は樹形図です。 これをしっかりと書けるようになれば場合の数の問題は難しくありません。

ドライ① 次の問いに答えなさい。

① P町からR町まで行くのに，P町からQ町までは a，b の2本の道があり，Q町からR町までは c，d，e の3本の道がある。これらの道を通って，P町からR町まで行く行き方は，全部で何通りあるか。樹形図をかいて考えなさい。



a < c d e　　b < c d e

6通り

② [1], [2], [3], [4] の4枚のカードがある。このカードのうち，2枚を並べてできる2けたの整数は，全部で何通りあるか。樹形図をかいて考えなさい。

1 < 2 3 4　　2 < 1 3 4　　3 < 1 2 4　　4 < 1 2 3

12通り

ステップ② 場合の数 ② －選び方－

基本パターン②

▼ バスケットボールの試合で，A，B，C，Dの4チームが，それぞれ1回ずつ対戦する。このとき，試合数は全部で何通りあるか。

基本パターン❶と同じように，樹形図をかいて考えてみよう。

A < B C D　　B — C D　　C — D

• A－BとB－Aは同じ対戦のことだから，2つとも数えてはダメ。

➡ 答え 6 通り

ポイント 「選び方」を考える場合は，同じ組み合わせが重ならないように，次のように書くとミスが少ない。

A－B　A－C　A－D
　　　B－C　B－D
　　　　　　C－D

だんだんと減らして書くことになる

ワザあり!! 「選び方」の見つけ方

右の図のように，考えてもよい。

ドライ② 次の問いに答えなさい。

① 赤，青，白の3個の玉がある。この中から2個の玉を選ぶとき，その選び方は何通りあるか。

赤
青 — 白

3通り

<補足>

	A	B	C	D
A				
B				
C				
D				

▨が実際に対戦した試合

② A，B，C，D，Eの5人の生徒の中から2人の委員を選ぶとき，その選び方は何通りあるか。

10通り

答え
基本2 ▶ 6

日本語で表現すると難しいので，軽くふれる程度

ステップ 3 確率の求め方

さいころが正しくつくられていれば，どの目の出方も同じように期待できる。このようなとき，どの結果が起こることも同様に確からしいという。

ポイント 確率の求め方

起こりうる結果が何通りかあり，そのどれが起こることも同様に確からしいとする。

その場合，ことがらAの起こる確率pは，次のようにして求められる。

$$\text{確率}\ p=\frac{\text{ことがらAの起こる場合の数}}{\text{起こりうるすべての場合の数}}$$

基本パターン 3

▼ 1から10までの数を1つずつ書いた10枚のカードがある。このカードをよくきって，1枚のカードをひくとき，次のカードが出る確率を求めなさい。

1）4の倍数のカード

4の倍数は 4，8 の 2通り あるから，

求める確率は，$\frac{2}{10}$ = ㋐ $\frac{1}{5}$

全部で10枚

2）10以下のカード

10以下は 10通り すべてだから，

求める確率は，$\frac{10}{10}$ = ㋑ 1

3）12以上のカード

12以上のカードはないから，

求める確率は，$\frac{0}{10}$ = ㋒ 0

1以下ということ

ポイント 確率の性質 … あることがらの起こる確率pの値は，$0 \leqq p \leqq 1$ の範囲にある。かならず起こる確率は1，けっして起こらない確率は0になる。

トライ 3

次の確率を求めなさい。

① 1つのさいころを投げるとき，偶数の目が出る確率

さいころは 6通り 偶数は 2.4.6 の 3通り　$\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

② 袋の中に，赤玉3個，青玉2個，白玉1個が入っている。この中から玉を1個取り出すとき，青玉が出る確率

玉は全部で 3+2+1=6個 このうち青玉 2個なので　$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

③ ジョーカーを除く52枚のトランプをよくきって，1枚のカードをひくとき，スペードのカードが出る確率

トランプは52枚 スペードは 13枚　$\frac{13}{52}=\frac{1}{4}$

ステップ 4 起こらない確率

ポイント 確率の性質

一般に，ことがらAについて次のことが成り立つ。

(Aの起こる確率)＋(Aの起こらない確率)＝1

(Aの起こらない確率)＝1－(Aの起こる確率)

基本パターン 4

▼ 1つのさいころを投げて，6の目が出ない確率を求めなさい。

- 6の目が出る場合は1通りだから，6の目が出る確率は $\frac{1}{6}$
- $\left(\begin{array}{c}\text{6の目が}\\\text{出ない確率}\end{array}\right)=1-\left(\begin{array}{c}\text{6の目が}\\\text{出る確率}\end{array}\right)=1-\frac{1}{6}=\boxed{\frac{5}{6}}$

トライ 4

4本のあたりくじが入っている20本のくじから1本ひくとき，あたる確率とあたらない確率をそれぞれ求めなさい。

$1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$　　$\frac{4}{20}\rightarrow\frac{1}{5}$

トライ 5

1～10までの数を1つずつ書いた10枚のカードがある。このカードから1枚のカードをひくとき，次の確率を求めなさい。

① 3の倍数のカードをひかない確率

$\frac{7}{10}$

② 素数でないカードをひく確率

$\frac{3}{5}$

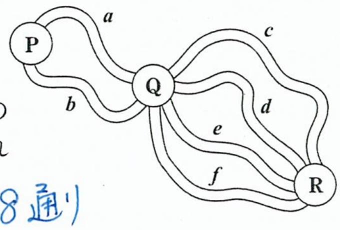
答え　基本3 ㋐ $\frac{1}{5}$　㋑ 1　㋒ 0　基本4 $\frac{5}{6}$

問題をよく読み、何を答えなければいけないのか、よく考えさせましょう。

練習問題

たくさん解いて，解き方を工夫したり，問題に慣れよう！

1 次の問いに答えなさい。 基本1



① 右の図のように，P町からR町まで行くのに，P町からQ町までは a，b の2本の道があり，Q町からR町までは c，d，e，f の4本の道がある。これらの道を通って，P町からR町まで行く行き方は，全部で何通りあるか。 8通り

② $\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$ の3枚のカードを並べてできる3けたの整数は，全部で何通りあるか。 6通り

③ A，B，C，Dの4人が1組となり，リレーに出場することになった。

1） 第1走者をAとするとき，4人の走る順番は，全部で何通りあるか。 6通り

2） 4人の走る順番は，全部で何通りあるか。 24通り

④ $\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{4}$，$\boxed{5}$ の5枚のカードがある。このカードのうち，2枚を並べてできる2けたの整数は，全部で何通りあるか。 20通り

2 次の問いに答えなさい。 ステップ1

① 2人の女子A,Bと2人の男子C,Dの4人1組でリレーに出場する。このとき，第1走者を女子とすると，4人の走る順番は，全部で何通りあるか。 12通り

② $\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{4}$ の4枚のカードがある。このカードのうち，3枚を並べて3けたの整数をつくる。

1） 3けたの整数は全部で何通りあるか。 24通り

2） 3けたの偶数は全部で何通りあるか。 12通り

③ $\boxed{0}$，$\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$ の4枚のカードがある。

1） この4枚のカードのうち，2枚を並べてできる2けたの整数は，全部で何通りあるか。 9通り

2） この4枚のカードのうち，3枚を並べて3けたの整数をつくる。このとき，奇数は全部で何通りあるか。 8通り

3 次の問いに答えなさい。 ステップ1

① $\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{4}$，$\boxed{5}$，$\boxed{6}$ の6枚のカードがある。このカードのうち，2枚を並べて2けたの整数をつくる。このとき，十の位が偶数，一の位が奇数となるのは，全部で何通りあるか。 9通り

② A，B，C，D，Eの5人が1列に並んで座る。A，B 2人が両端になるように座るとき，座り方は全部で何通りあるか。 12通り

③ 3，4，5の数字を使って3けたの整数をつくる。ただし，同じ数字を何回使ってもよいとする。

1） 3けたの整数は全部で何通りあるか。 27通り

2） 3けたの奇数は全部で何通りあるか。 18通り

4 次の問いに答えなさい。 基本2

① A，B，Cの3人の中から2人の当番を選ぶとき，その選び方は何通りあるか。 3通り

② 赤，白，青，黄の4個の玉がある。この中から2個の玉を選ぶとき，その選び方は何通りあるか。 6通り

③ 国語，数学，英語，理科，社会の参考書が1冊ずつある。この中から2冊を選ぶとき，その選び方は何通りあるか。 10通り

④ サッカーの試合で，A，B，C，D，E，Fの6チームが，それぞれ1回ずつ対戦する。このとき，その試合数は何通りあるか。 15通り

5 3人の男子A，B，Cと，1人の女子Dがいる。このとき，次の問いに答えなさい。 ステップ①②

① 4人の中から図書委員と保健委員の2人を選ぶ。このとき，その選び方は何通りあるか。 12通り

② 4人の中から2人の給食当番を選ぶ。このとき，その選び方は何通りあるか。 6通り

③ 4人の中から体育委員に男子を1人，美化委員に女子を1人選ぶ。このとき，その選び方は何通りあるか。 3通り

④ 4人の中からそうじ当番に男子2人を選ぶ。このとき，その選び方は何通りあるか。 3通り

6 1つのさいころを投げるとき，次の確率を求めなさい。 基本3

① 3の目が出る確率 $\frac{1}{6}$　② 奇数の目が出る確率 $\frac{1}{2}$　③ 5以上の目が出る確率 $\frac{1}{3}$

7 次のような5つの玉が入った袋から，玉を1個取り出すとき，青玉が出る確率を求めなさい。 基本3

① 青玉3個，赤玉2個 $\frac{3}{5}$　② 青玉5個 1　③ 白玉5個 0

8 袋の中に赤玉9個，白玉3個，黒玉12個が入っていて，その中から玉を1個取り出す。このとき，次の確率を求めなさい。 ステップ③④

① 白玉が出る確率 $\frac{1}{8}$　② 黒玉が出る確率 $\frac{1}{2}$　③ 赤玉が出ない確率 $\frac{5}{8}$

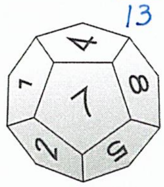
9 50本のくじの中に6本のあたりが入っている。このくじを1本ひくとき，あたる確率とあたらない確率を求めなさい。 ステップ③④

$\frac{6}{50} \rightarrow \frac{3}{25}$　　$\frac{3}{25}$　$\frac{22}{25}$

10 ジョーカーを除く52枚のトランプをよくきって，1枚のカードを引く。このとき，次の確率を求めなさい。 ステップ③④

① ダイヤのカードが出る確率 $\frac{1}{4}$　② 8のカードが出ない確率 $\frac{12}{13}$　③ 5の倍数のカードが出る確率 $\frac{2}{13}$

11 右の図のように，1から12までの数字が書いている正十二面体のさいころを投げる。このとき，いちばん上の面が次の数となる確率を求めなさい。 基本3



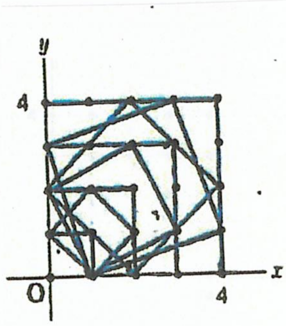
① 3の倍数 $\frac{1}{3}$　② 12の約数 $\frac{1}{2}$　③ 15より大きい数 0

応用問題 さあ，チャレンジしてみよう！あきらめずに最後までトライ！

1 次の問いに答えなさい。

① 10円，20円，30円，40円の切手がそれぞれ1枚ずつある。この4枚の切手の中から2枚を取り出してその合計金額を調べる。このとき，異なる合計金額は，全部で何通りあるか。

合計金額は，30円，40円，50円，60円，70円の5通り



② 右の図のように，座標平面上に25個の点がある。このうち，4点を結んで正方形をつくるとき，大きさの異なる正方形は何通りできるか。 8通り

2 [0][1][3][5]の4枚のカードを並べて4桁の自然数をつくる。

① 偶数は何通りできるか。 6通り

② 5の倍数は何通りできるか。 10通り

③ 3の倍数は何通りできるか。 18通り