

本書の内容と使い方

● 本書の3大特徴

1. まず土台となる『図形の基本性質』から学習をスタート！

「図形の証明」に強くなるには、問題をただたくさんこなすことでは解決できません。その理由は、証明問題を解くにはすべての図形の基本性質の知識が必要であるからです。例えば、『円』と『二等辺三角形』が融合された図形では、証明の中で『円周角の性質』や『二等辺三角形の性質』がきちんと理解できているかどうかと同時に試されているのです。

このため、本書では実際の証明問題に入る前に、まず『図形の基本性質』から学習をスタートさせます。これにより、証明問題を解く土台ができあがります。

2. 必出パターンの徹底分析を通じ、「証明の書き方」を伝授！

証明問題で最も大切なことは、「なぜ、その辺と辺、角と角が等しくなるのか？」などの「きちんとした理由」を書くことです。これをないがしろにして入試に臨んでも、ほとんど得点は期待できません。

しかし、入試問題をよく分析すると、その理由の書き方のパターンは決まっており、きちんと対策をすればスラスラ書けることが分かります。これを本書の「必出パターン15題」で学べば、それらの対策は完全なものとなります。それを踏まえた上で、さらに入試問題に取り組めば、確かな実戦力が養えます。

3. 図形直感力を鍛え、具体的な証明問題の取り組み方を伝授！

証明問題では、「図形が重なり合っている中でどの三角形が同じ形なのか？」などを直感的に見分ける力も必要です。そのためには、重なり合っている三角形を別々に書き表したり、同じ長さの辺を見つけたらすぐに印をつけたりするなどの工夫が大切です。

このため、本書では「図形直感力トレーニング」というページを設け、「証明の達人」になるための「目のつけどころ」を鍛えるようにしました。さらに、証明問題に取り組む際の具体的な手順やテクニックをわかりやすく伝授しています。

● 本書の使い方

1.『図形直感力トレーニング』と『図形の基本性質』

証明問題を解くには、図形を直感的にとらえる力が大切です。まず、ここでその力を養うとともに、図形の基本性質をマスターしましょう。

2.『必修編』

ここでは、「証明の流れ」を完全マスターします。証明問題に自信のある人は、ここを飛ばすことも可能です。

3.『達人編』『応用編』

入試必出パターンを実戦練習する単元です。ここで力をつけ、最後の『必出パターン ファイナルチェック』をクリアすれば、あなたはもう「証明の達人」です。

高校入試 よく出る！ 証明の達人

目次

● 『図形あたま』をつくろう！

図形直感力トレーニング	2
-------------	---

準備

『図形の基本性質』を確認！

1 垂直二等分線，角の二等分線	4	6 平行線と線分の比	9
2 多角形と角	5	7 中点連結定理	10
3 平行線と角	6	8 角の二等分線と線分の比，面積比	11
4 二等辺三角形，正三角形	7	9 円と弧・弦，接線，おうぎ形	12
5 平行四辺形	8	10 円周角	13

合同

『合同の証明』の手順をマスター！

必修① 三角形の合同条件	14
必修② 証明の手順	15
必修③ 合同の証明（3組の辺）	16
必修④ 合同の証明（2組の辺とその間の角）	17
必修⑤ 合同の証明（1組の辺とその両端の角）	18
必修⑥ 重なった図形における合同の証明	19
必修⑦ 平行を使った合同の証明	20
必修⑧ 直角三角形の合同条件	21
実戦問題	22

『合同の証明』の達人になろう！

達人① 正方形・正三角形と合同	24
実戦問題	25
達人② 二等辺三角形と合同	26
実戦問題	27
達人③ 平行四辺形と合同	28
実戦問題	29
達人④ 直角を使った合同	31
実戦問題	32
達人⑤ 円と合同	33
実戦問題	35

相似

『相似の証明』の手順をマスター！

必修⑨ 三角形の相似条件	38
実戦問題	40

『相似の証明』の達人になろう！

達人⑥ 「 90° （ 120° ）- $\circ$ 」の関係を使った相似	42
実戦問題	43
達人⑦ 二等辺三角形と相似	44
実戦問題	45
達人⑧ 四角形と相似	46
実戦問題	47
達人⑨ 円と相似	48
実戦問題	50

応用

『いろいろな証明』にチャレンジ！

応用① 二等辺三角形であることの証明	52
実戦問題	53
応用② 平行四辺形であることの証明	54
実戦問題	55
応用③ 中点連結定理の利用	56
応用④ 4点が1つの円周上にあることの証明	57
実戦問題	58
応用⑤ いろいろな証明問題	60

● 君は『証明の達人』になれたかな？

必出パターン ファイナルチェック	63
------------------	----

図形直感力トレーニング

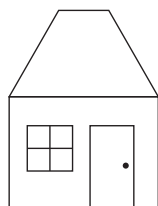
「証明の達人」になる
ための
「目」のつけどころ
を鍛えよう！

1

同じ形はどれとどれか？



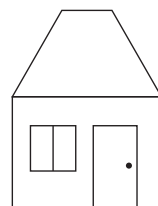
ア



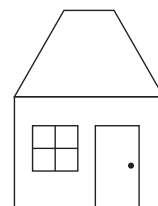
イ



ウ



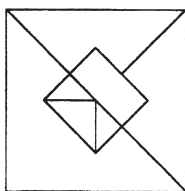
エ



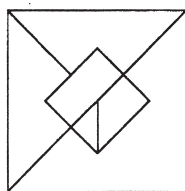
オ

2

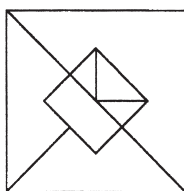
同じ形はどれとどれか？



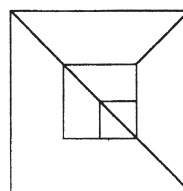
ア



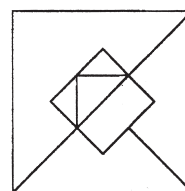
イ



ウ



エ



オ

3

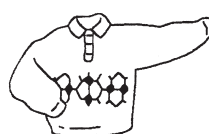
下の影は右のうちのどれか？すべて見つけよう！



ア



イ



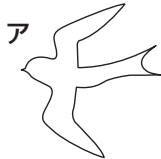
ウ



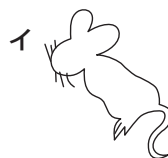
エ

4

下の中にある図は、右のうちのどれか？すべて選ぼう！



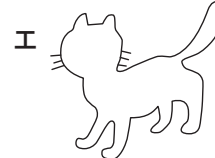
ア



イ



ウ



エ



オ



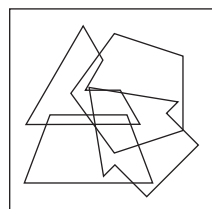
カ



キ

5

左の中にある図は、
右のうちのどれか？
すべて選ぼう！



ア 	イ 	ウ 	エ
オ 	カ 	キ 	ク

達人 1 正方形・正三角形と合同

必出パターン 1 正方形と合同

右の図のように、正方形 $ABCD$ の対角線 AC の延長上に点 E をとり、 DE を1辺とする正方形 $DEFG$ をつくる。このとき、 $AE=CG$ であることを証明しなさい。(岐阜)

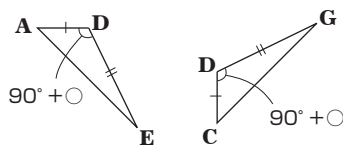
ポイント

- ・ AE を含む $\triangle DAE$ と、 CG を含む $\triangle DCG$ が合同であることを証明すればよい。
- ・ $\triangle DAE$ と $\triangle DCG$ は重なっているので、分けた図をかく。P.19 参照。

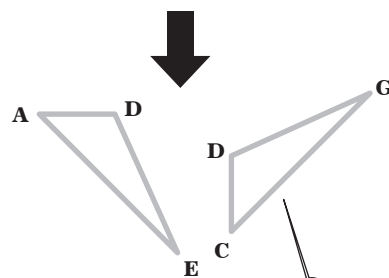
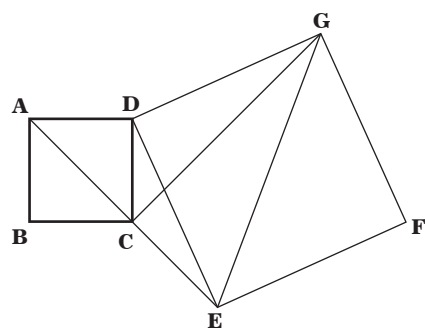
考え方と手順

- ①本文「正方形 $ABCD$ 」より、元の図と分けた図の $DA=DC$ に $[=]$ の印、元の図の $\angle ADC$ に $[90^\circ]$ の印をかく。
- ②本文「正方形 $DEFG$ 」より、元の図と分けた図の $DE=DG$ に $[=]$ の印、元の図の $\angle EDG$ に $[90^\circ]$ の印をかく。
- ③元の図の、 $\triangle DAE$ と $\triangle DCG$ が重なっている部分の $\angle CDE$ に $[O]$ の印をつける。
→分けた図の $\angle ADE$ に $[90^\circ + O]$ 、 $\angle CDG$ に $[90^\circ + O]$ とかく。

【分けた図の完成図】

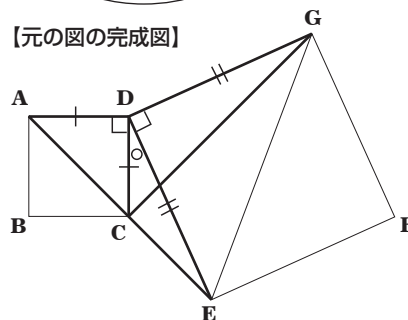


- ④以上より、「2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい」から合同。
→対応する辺の長さは等しいから、 $AE=CG$ であることがいえる。



分けた図をなぞり、
①～③の $[]$ の印をつけてみよう

【元の図の完成図】



証明の書き方



ノートにも書いてみよう！

$\triangle DAE$ と $\triangle DCG$ において、

四角形 $ABCD$, $DEFG$ は正方形 だから、

$DA=DC$ …①, $DE=DG$ …②

また、 $\angle ADC = \angle EDG = 90^\circ$ だから、

$\angle ADE = \angle ADC + \angle CDE = 90^\circ + \angle CDE$

$\angle CDG = \angle EDG + \angle CDE = 90^\circ + \angle CDE$

よって、 $\angle ADE = \angle CDG$ …③

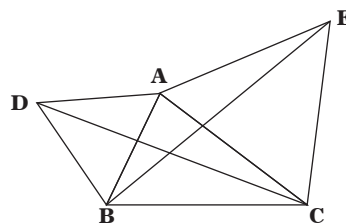
①, ②, ③より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから、 $\triangle DAE \cong \triangle DCG$

よって、 $AE=CG$

練習 1

右の図の $\triangle ABC$ で、その外側に2つの正三角形 $\triangle ABD$, $\triangle ACE$ をつくる。このとき、 $\triangle ADC \cong \triangle ABE$ を証明しなさい。(宮崎)

【証明】

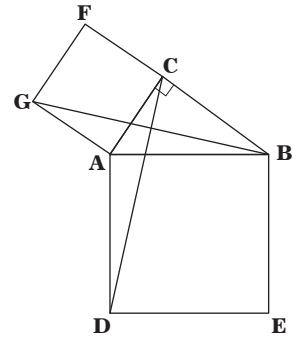


実戦問題

よく出る！

1

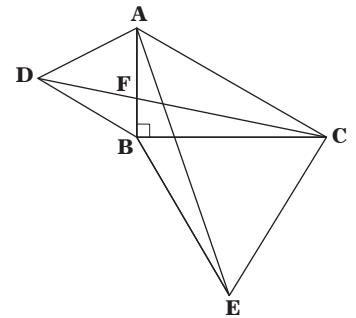
右の図のように、直角三角形 ABC の辺 AB を 1 辺とする正方形 $ADEB$ と、辺 AC を 1 辺とする正方形 $ACFG$ がある。このとき、 $\triangle ACD \equiv \triangle AGB$ であることを証明しなさい。(埼玉)



【証明】

2

右の図のように、 $\angle ABC = 90^\circ$ の直角三角形 ABC の外側に、それぞれ辺 AB 、 BC を 1 辺とする正三角形 ADB と正三角形 BEC をつくる。このとき、 $AE = DC$ であることを証明しなさい。(山口)

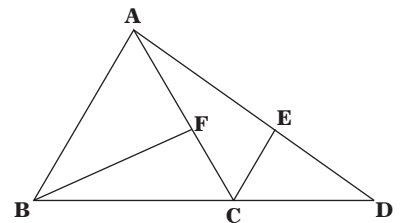


【証明】

少し難

3

右の図のように、1 辺の長さが 6cm の正三角形 ABC がある。 BC の延長上に点 D をとり、線分 AD 上に $AB \parallel EC$ となるように点 E をとる。また、辺 AC 上に $CE = CF$ となるように点 F をとり、点 B と結ぶ。このとき、 $\triangle BCF \equiv \triangle ACE$ を証明しなさい。(高知)

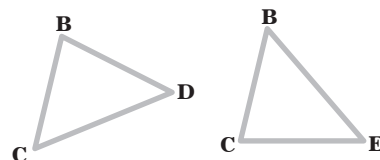
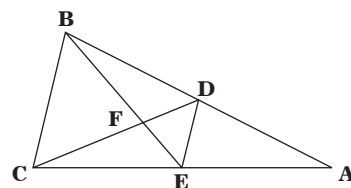


【証明】

達人 2 二等辺三角形と合同

必出パターン 2 二等辺三角形と合同

右の図で、 $\triangle ABC$ は $AB=AC$ の二等辺三角形である。辺 AB 、 AC の中点をそれぞれ D 、 E とし、線分 BE と CD の交点を F とする。このとき、右の図の中には、 $\triangle BDF$ と $\triangle CEF$ のように合同な三角形がいくつかある。 $\triangle BDF$ と $\triangle CEF$ 以外の合同な2つの三角形を1組見つけ、合同であることを証明しなさい。(山梨)



ポイント

- ・ $\triangle BCD$ と $\triangle CBE$ に注目する。
- ・ $\triangle BCD$ と $\triangle CBE$ は重なっているの、分けた図をかく。P.19 参照。

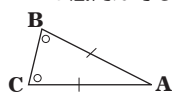
考え方と手順

- ①本文「 $\triangle ABC$ は $AB=AC$ の二等辺三角形」より、元の図の $AB=AC$ に [|] の印をかく。
→元の図の $\angle ABC = \angle ACB$ に [○] の印をかく。
→分けた図の $\angle DBC = \angle ECB$ にも [○] の印をかく。
- ②本文「辺 AB 、 AC の中点をそれぞれ D 、 E 」より、等しい長さの半分も等しいから、元の図の $AD=BD=AE=CE$ に [||] の印をかく。
→分けた図の $BD=CE$ にも [||] の印をかく。
- ③共通な辺より、元の図の BC に [|||] の印をかく。→分けた図の $BC=CB$ にも [|||] の印をかく。

〈二等辺三角形の性質〉

P.7 参照。

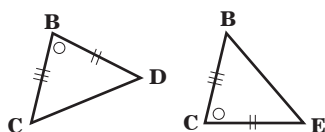
- ・ 2つの底角が等しい。



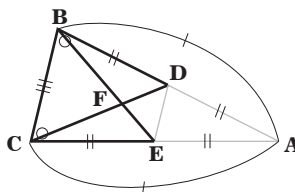
分けた図をなぞり、①～③の [] の印をつけてみよう



【分けた図の完成図】



【元の図の完成図】



- ④以上より、「2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい」から合同であることがいえる。

証明の書き方



ノートにも書いてみよう！

$\triangle BCD$ と $\triangle CBE$ において、

仮定より、 $AB=AC$

また、2点 D 、 E はそれぞれ辺 AB 、 AC の中点だから、

$$BD=CE \cdots \textcircled{1}$$

$\triangle ABC$ は二等辺三角形 だから、

$$\angle DBC = \angle ECB \cdots \textcircled{2}$$

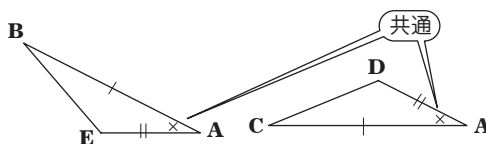
共通な辺だから、 $BC=CB \cdots \textcircled{3}$

①、②、③より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから、 $\triangle BCD \equiv \triangle CBE$

〈別解〉

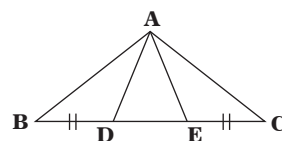
右の図のように、

$\triangle ABE \equiv \triangle ACD$ を証明してもよい。



練習 1

右の図のように、 $AB=AC$ の二等辺三角形 ABC がある。底辺 BC 上に $BD=CE$ となる点 D 、 E をとるとき、 $\triangle ABD \equiv \triangle ACE$ なることを証明しなさい。

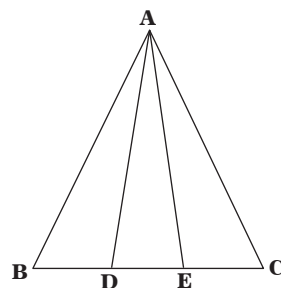


【証明】

実戦問題

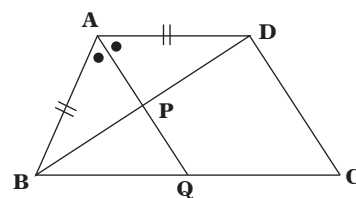
- 1 右の図のように、 $AB=AC$ の二等辺三角形 ABC の辺 BC 上に、 $BD=CE$ となるようにそれぞれ点 D, E をとる。ただし、 $BD < DC$ とする。このとき、 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ であることを証明しなさい。(栃木)

【証明】



- よく出る！
2 $AD \parallel BC$ の台形 $ABCD$ において、右の図のように、 $AB=AD$ のとき、 $\angle A$ の二等分線と線分 BD 、辺 BC との交点をそれぞれ P, Q とする。このとき、 $\triangle APD \cong \triangle QPB$ であることを証明しなさい。(徳島)

【証明】



- 難
3 右の図で、 $\triangle ABC$ は $\angle ACB = 90^\circ$ の直角三角形である。点 D は線分 AC の右側に、点 E は線分 AB 上にあり、 $\triangle ABC \cong \triangle DEC$ である。線分 AB と DC をそれぞれ延長した直線の交点を F とする。このとき、 $\triangle ECF \cong \triangle ECD$ となることを証明しなさい。(秋田・改)

【証明】

