

みるみるわかる

ステップ式

# 数学 3

## はじめに

数学の学習は、導入をしっかり理解し、その単元で学習する流れを全体的にとらえることが大切です。そして、基本的な解法を習得したら、きちんと基本・発展にレベル分けされたパターン学習で、典型的な標準問題をこなすことで、さらに理解度を深めて確実な力を身につけましょう。最後に、力を伸ばすための応用問題にチャレンジし、じっくり時間をかけて、楽しみながら解いていきましょう。解けたときの喜びこそが数学の醍醐味です。さあ、一緒に『ステップ式数学』で、数学をみるみる得意にしていきましょう。

## 本書の特色

本書は、典型的な標準問題や学校の定期テスト必出の良問を精選し、それらを基本パターンと発展パターンにはっきりレベル分けしています。そして、そのステップをこなしていけば、本物の数学の力が自然に、しかも効率よく身につくよう工夫されています。また、各単元の分量や、学習するときの時間的配分にも考慮して構成されており、計画的な学習を可能にしているため、自学自習にも最適です。あなたがより効果的な学習を進められるよう、次のことを参考にしながら学習を進めて下さい。

## 本書の構成

### わかるかな？

各章のはじめにあるこのコーナーは、これから学習する新しい数学に対して、身近な事象や今までの復習を織り交ぜ、興味が持てるよう掲載されています。楽しく読んで下さい。

### 基本・発展パターン

典型的な標準問題を、くわしく分かりやすい流れで、穴うめ式で解いていきます。**ポイント** をしっかり押さえ、まずは基本的な解法の流れをしっかりつかんで下さい。分からない場合や答え合わせは、各ページの下の答えを利用して下さい。

### トライ

基本・発展パターンの後には、すぐに類題があります。これをこなせば、それぞれのパターンをマスターできます。

### ワザあり！

学校の授業では教えてもらえない実戦的な解法です。これを身につければ、より正確に、かつ速く解くことができます。

### 練習問題

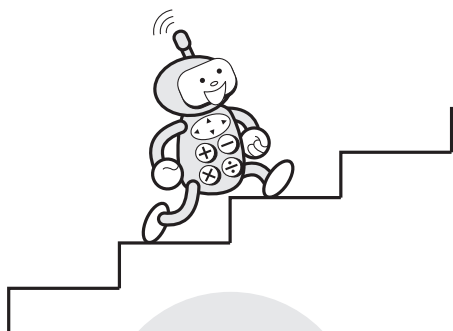
各単元の理解度を深めるため、バリエーションに富んだ良問を精選し、豊富な問題量を収録してあります。家庭での復習や演習授業で、これらをノートに解いて学習すれば確実に力がつきます。

### 応用問題

最近の高校入試において、「思考力」が必要な問題がかなり増えてきています。ここでは、難易度の高い「思考力」を養う良問を精選しています。じっくり時間をかけてチャレンジしましょう。

### 発展内容へジャンプ！

ここでは、教科書で扱われていない発展的内容や高校数学の内容を学習できます。中学生でも十分取り組めるよう工夫されているので、余裕があればぜひ学習して下さい。



# みるみるわかる ステップ式 数学 3

## もくじ

### I 式の計算

|              |    |
|--------------|----|
| 1. 多項式の計算    | 5  |
| ・練習問題        | 7  |
| 2. 乗法公式      | 8  |
| ・練習問題        | 11 |
| 3. いろいろな式の展開 | 13 |
| ・練習問題        | 15 |
| ・応用問題        | 16 |
| 4. 因数分解 ①    | 17 |
| ・練習問題        | 19 |
| ・応用問題        | 20 |
| 5. 因数分解 ②    | 21 |
| ・練習問題        | 25 |
| ・応用問題        | 27 |
| 6. 式の計算の利用   | 29 |
| ・練習問題        | 31 |

### II 平方根

|            |    |
|------------|----|
| 1. 平方根     | 34 |
| ・練習問題      | 37 |
| ・応用問題      | 38 |
| 2. 有理数と無理数 | 39 |
| ・練習問題      | 42 |

|              |    |
|--------------|----|
| 3. 平方根の乗法・除法 | 43 |
| ・練習問題        | 46 |
| 4. 平方根の加法・減法 | 48 |
| ・練習問題        | 50 |
| ・応用問題        | 51 |
| 5. 平方根の利用    | 52 |
| ・練習問題        | 55 |
| ・応用問題        | 56 |

発展内容へジャンプ！

|            |    |
|------------|----|
| ・因数分解の利用   | 54 |
| ・分母の有理化の応用 | 54 |
| ・ジャンプ 発展問題 | 56 |

### III 2次方程式

|                 |    |
|-----------------|----|
| 1. 2次方程式の解き方 ①  | 57 |
| －平方根の考えを使った解き方－ |    |
| ・練習問題           | 60 |
| 2. 2次方程式の解き方 ②  | 62 |
| －因数分解・解の公式－     |    |
| ・練習問題           | 65 |
| ・応用問題           | 66 |
| 3. 2次方程式の応用 ①   | 67 |
| ・練習問題           | 70 |
| ・応用問題           | 71 |
| 4. 2次方程式の応用 ②   | 72 |
| ・練習問題           | 74 |
| ・応用問題           | 75 |

### IV 関数 $y = ax^2$

|                        |    |
|------------------------|----|
| 1. 関数 $y = ax^2$       | 77 |
| ・練習問題                  | 80 |
| ・応用問題                  | 81 |
| 2. 関数 $y = ax^2$ の値の変化 | 82 |
| ・練習問題                  | 85 |
| ・応用問題                  | 86 |
| 3. 放物線と直線              | 87 |
| ・練習問題                  | 88 |
| ・応用問題                  | 89 |
| 4. 放物線と図形の面積           | 90 |
| ・練習問題                  | 92 |
| 5. 関数のグラフと図形           | 94 |
| ・練習問題                  | 96 |
| ・応用問題                  | 97 |

|                    |     |
|--------------------|-----|
| 6. 関数 $y=ax^2$ の利用 | 99  |
| ・練習問題              | 101 |
| ・応用問題              | 102 |

## V 相似

|                |     |
|----------------|-----|
| 1. 相似な図形       | 103 |
| ・練習問題          | 106 |
| ・応用問題          | 107 |
| 2. 相似の証明と縮図の利用 | 108 |
| ・練習問題          | 110 |
| ・応用問題          | 111 |
| 3. 平行線と線分の比 ①  | 112 |
| ・練習問題          | 114 |
| ・応用問題          | 115 |
| 4. 平行線と線分の比 ②  | 116 |
| ・練習問題          | 118 |
| ・応用問題          | 120 |
| 5. 相似の利用       | 121 |
| ・練習問題          | 123 |
| ・応用問題          | 124 |
| 6. 相似な図形の計量    | 126 |
| ・練習問題          | 128 |
| ・応用問題          | 129 |

発展内容へジャンプ！

|            |     |
|------------|-----|
| ・三角形の重心    | 130 |
| ・ジャンプ 練習問題 | 130 |
| ・メネラウスの定理  | 131 |
| ・チェバの定理    | 132 |
| ・ジャンプ 発展問題 | 132 |

## VI 円周角と中心角

|                           |     |
|---------------------------|-----|
| 1. 円周角の定理                 | 133 |
| ・練習問題                     | 136 |
| ・応用問題                     | 138 |
| 2. 円周角の定理の逆,<br>円周角の定理の利用 | 139 |
| ・練習問題                     | 141 |
| ・応用問題                     | 142 |

発展内容へジャンプ！

|               |     |
|---------------|-----|
| ・円に内接する四角形の性質 | 143 |
| ・接線と弦のつくる角    | 143 |
| ・方べきの定理       | 144 |
| ・ジャンプ 練習問題    | 145 |
| ・ジャンプ 発展問題    | 145 |

## VII 三平方の定理

|                        |     |
|------------------------|-----|
| 1. 三平方の定理              | 147 |
| ・練習問題                  | 149 |
| 2. 三平方の定理といろいろな<br>三角形 | 151 |
| ・練習問題                  | 153 |
| 3. 三平方の定理と平面図形         | 155 |
| ・練習問題                  | 157 |
| ・応用問題                  | 158 |
| 4. 三平方の定理と空間図形         | 159 |
| ・練習問題                  | 161 |
| ・応用問題                  | 163 |
| 5. 三平方の定理の応用           | 164 |
| ・練習問題                  | 166 |
| ・応用問題                  | 167 |

発展内容へジャンプ！

|                 |     |
|-----------------|-----|
| ・三平方の定理のいろいろな証明 | 170 |
| ・正四面体           | 171 |
| ・中線定理(パプスの定理)   | 172 |
| ・ジャンプ 発展問題      | 172 |

## VIII 標本調査

|         |     |
|---------|-----|
| 1. 標本調査 | 173 |
| ・練習問題   | 174 |

ポイントの  
総まとめ

176

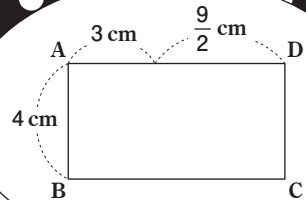
# I 式の計算

わかるかな？



## (1) 分配法則とは…

右上の図のような長方形 ABCD の面積を、次の 2 つの方法で求めてみよう。楽な求め方はどちらかな。



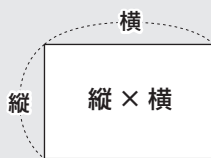
【方法 1】まず、横の長さを求めよう。

$$\text{横の長さは、} 3 + \frac{9}{2} = \frac{6}{2} + \frac{9}{2} = \frac{15}{2} \text{ (cm)}$$

$$\text{長方形 ABCD の面積} = 4 \times \frac{15}{2} = 30 \text{ (cm}^2\text{)}$$

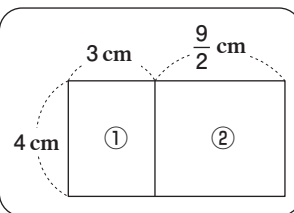
ポイント

長方形の面積



$$4 \times \left(3 + \frac{9}{2}\right)$$

同じ面積！



$$4 \times 3 + 4 \times \frac{9}{2} = 12 + 18 = 30 \text{ (cm}^2\text{)}$$

【方法 2】2 つの長方形①、②に分けて求めよう。

$$\text{長方形①の面積} = 4 \times 3 = 12$$

$$\text{長方形②の面積} = 4 \times \frac{9}{2} = 18 \text{ (cm}^2\text{)}$$

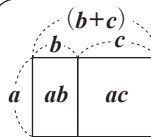
よって

$$\begin{aligned} \text{長方形 ABCD の面積} &= \text{長方形①の面積} + \text{長方形②の面積} \\ &= 12 + 18 = 30 \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

確認 式の計算の工夫

$$a(b+c) = ab+ac$$

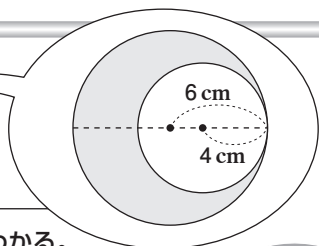
これを、**分配法則**といい、  
( ) のない形に表すことを、  
もとの式を **展開** するという。



なるほど！長方形の面積は【方法 1】と【方法 2】のどちらでも求めることができる。この場合では、【方法 2】の計算の方が楽だね。

## (2) 円の面積を工夫して求めよう。

次に、右の図のように、半径 6 cm の円と半径 4 cm の円によってできた灰色部分の面積の楽な求め方を考えてみよう。



まず、灰色部分の面積は、大きい円の面積から小さい円の面積をひけばいいことがわかる。

$$\begin{aligned} \text{灰色部分の面積} &= \text{大きい円の面積} - \text{小さい円の面積} \\ &= 6 \times 6 \times 3.14 - 4 \times 4 \times 3.14 \\ &= 36 \times 3.14 - 16 \times 3.14 \end{aligned}$$

このままでは計算が大変なので、今度は分配法則の逆を使うことを考えてみよう。

$$\begin{aligned} &= (36 - 16) \times 3.14 \\ &= 20 \times 3.14 \\ &= 62.8 \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

×3.14 以外を ( ) の中にまとめてみる

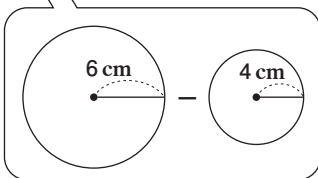
ポイント

円の面積

$$\text{半径} \times \text{半径} \times 3.14$$

(円周率)

πとも表す



これから学習する、新しい計算の考え方！

$$a \times b + a \times c = a(b+c)$$

分配法則の逆を使って、( ) の形に表すことを、その式を **因数分解** するという。

# 1. 多項式の計算

## ステップ 1

### 単項式と多項式の乗法・除法

ポイント

分配法則

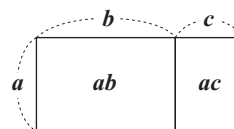
$$a(b+c) = ab+ac$$

$$(a+b)c = ac+bc$$

① 単項式×多項式… 分配法則を使って計算。

② 多項式÷単項式… 多項式×単項式の逆数に直して計算。

$$(a+b) \div c = (a+b) \times \frac{1}{c}$$



文字をいくつかかけているかを表しているよ

注意! 指数の計算

- $x^3 \times x^2 = x \times x \times x \times x \times x = x^5$
- $(x^3)^2 = x^3 \times x^3 = x^6$
- $x^6 \div x^2 = \frac{x^6}{1} \times \frac{1}{x^2} = x^4$

### 基本パターン 1 単項式×多項式

$$\begin{aligned} (1) \quad & 3x(2x+4y) \\ &= 3x \times 2x + 3x \times 4y \\ &= \text{㉞} \quad + \quad \text{㉟} \end{aligned}$$

分配法則を使って、慣れたら一気に答えを出そう

$$\begin{aligned} (2) \quad & (9x-6y) \times \left(-\frac{2}{3}x\right) \\ &= \frac{9x}{1} \times \left(-\frac{2x}{3}\right) - \frac{6y}{1} \times \left(-\frac{2x}{3}\right) \\ &= \text{㉞} \quad + \quad \text{㉟} \end{aligned}$$

$\frac{2}{3}x$  だよ!

注意!

負の数をかける分配法則では、符号がすべて逆に!

### トライ 1

次の計算をしなさい。

①  $5x(3x-2y)$

②  $(x-3y+2z) \times (-2x)$

③  $\frac{1}{4}a(16a-12b)$

④  $(4a-8b-12) \times \left(-\frac{3}{2}a\right)$

### 基本パターン 2 多項式÷単項式

$$\begin{aligned} (1) \quad & (8a^2-6ab) \div 2a \\ &= (8a^2-6ab) \times \frac{1}{2a} \\ &= \frac{8a^2}{2a} - \frac{6ab}{2a} \\ &= \text{㉞} \quad - \quad \text{㉟} \end{aligned}$$

$\div \frac{2a}{1}$  と考えて  
 $\div \frac{2a}{1} \rightarrow \times \frac{1}{2a}$

$$\begin{aligned} (2) \quad & (6x^2-4xy) \div \frac{2}{3}x \\ &= (6x^2-4xy) \times \frac{3}{2x} \\ &= \frac{6x^2}{1} \times \frac{3}{2x} - \frac{4xy}{1} \times \frac{3}{2x} \\ &= \text{㉞} \quad - \quad \text{㉟} \end{aligned}$$

$\div \frac{2}{3}x$  と考えると  
 $\div \frac{2x}{3} \rightarrow \times \frac{3}{2x}$

### トライ 2

次の計算をしなさい。

①  $(3a^2-9a) \div (-3a)$

②  $(12x^2y-8xy) \div 4xy$

③  $(6xy+8x) \div \frac{2}{3}x$

④  $(3x^2y-9xy^2) \div \left(-\frac{3}{4}xy\right)$

答え

- 基本1 ㉞  $6x^2$   
㉟  $12xy$   
㊱  $-6x^2$   
㊲  $4xy$
- 基本2 ㉞  $4a$   
㉟  $3b$   
㊱  $9x$   
㊲  $6y$

## 2. 相似の証明と縮図の利用

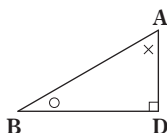
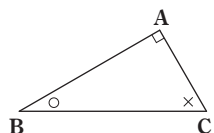
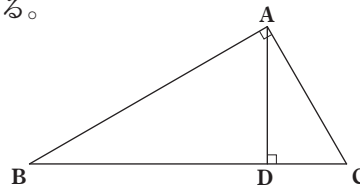
### ステップ 1

#### 相似条件と証明 ①

三角形の合同条件と同じように、三角形の相似条件も証明の根拠として使われる。

#### 基本パターン 1

- ▼  $\angle A = 90^\circ$  である直角三角形 ABC において、頂点 A から辺 BC にひいた垂線を AD とする。このとき、 $BC : BA = BA : BD$  であることを証明しなさい。



【証明】  $\triangle ABC$  と  $\triangle DBA$  において

対応する順に！

仮定 より、 $\angle BAC = \angle BDA = 90^\circ \dots ①$

重なっている部分

また、 $\angle ABC = \angle \quad$  (共通)  $\dots ②$

与えられている条件のこと

①, ②より、2組の角がそれぞれ等しいから、

$\triangle ABC \sim \triangle \quad$

相似条件！

よって、対応する線分の  $\quad$  は等しいから、

$BC : BA = BA : \quad$  結論

相似な図形の性質より

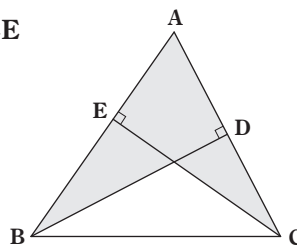
#### ポイント

##### 相似の証明

- 2つの三角形をかき直そう。
- 対応する角に同じマークをつけて見やすくしよう。
- 証明を始める前に、まず相似条件を考えよう。

### トライ 1

- ① 右の図の  $\triangle ABC$  において、頂点 B, C から辺 AC, AB にひいた垂線をそれぞれ BD, CE とする。このとき、 $\triangle ABD \sim \triangle ACE$  であることを証明しなさい。



【証明】  $\triangle ABD$  と  $\triangle ACE$  において

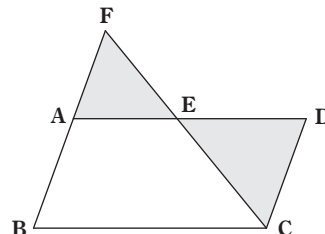
仮定より、 $\angle ADB = \angle \quad = 90^\circ \dots ①$

また、 $\angle BAD = \angle \quad$  (共通)  $\dots ②$

①, ②より、 $\quad$  から

$\triangle ABD \sim \triangle \quad$

- ② 右の図のように、 $\square ABCD$  の辺 AD 上に点 E をとり、CE の延長と BA の延長との交点を F とする。このとき、 $\triangle FAE \sim \triangle CDE$  であることを証明しなさい。



【証明】  $\triangle FAE$  と  $\triangle CDE$  において

対頂角だから、 $\angle FEA = \angle \quad \dots ①$

四角形 ABCD は平行四辺形だから

FB // DC より、 $\angle AFE = \angle \quad$  (錯角)  $\dots ②$

①, ②より、 $\quad$  から

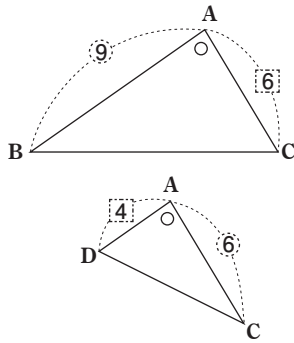
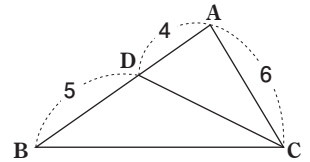
$\triangle FAE \sim \triangle \quad$

## ステップ 2

### 相似条件と証明 ②

#### 基本パターン ②

▼ 右の図において、 $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ であることを証明しなさい。



【証明】  $\triangle ABC$  と  $\triangle ACD$  において

$$AB : AC = (4 + 5) : 6 = 9 : 6 = 3 : 2$$

$$AC : AD = 6 : 4 = 3 : 2$$

一致していることを確認

$$\text{よって, } AB : AC = AC : AD \quad \dots ①$$

$$\text{また, } \angle BAC = \angle CAD \quad (\text{共通}) \quad \dots ②$$

①, ②より,   から

$\triangle ABC \sim \triangle ACD$

#### トライ ②

右の図において、 $\triangle ABE \sim \triangle CDE$ であることを証明しなさい。

【証明】  $\triangle ABE$  と  $\triangle CDE$  において

$$AE : CE = 8 : 10 = 4 : 5$$

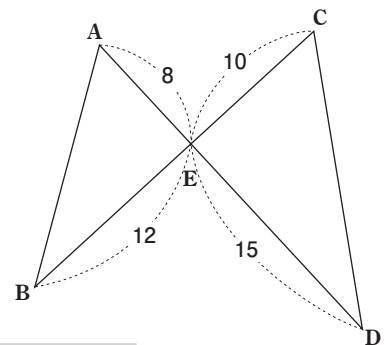
$$BE : DE = 12 : 15 = 4 : 5$$

$$\text{よって, } AE : CE = BE : DE \quad \dots ①$$

$$\text{また, } \angle AEB = \angle CED \quad (\text{対頂角}) \quad \dots ②$$

①, ②より,   から,

$\triangle ABE \sim \triangle CDE$



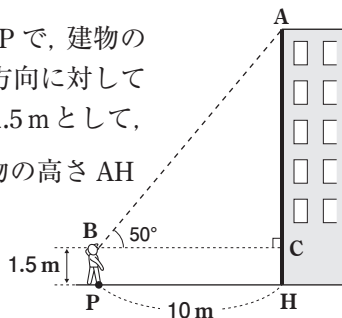
## ステップ 3

### 縮図の利用

直接測ることのできない2地点間の距離や建物の高さなどを求めるのに、縮図を利用する方法がある。

#### 基本パターン ③

▼ 建物から10mはなれた地点Pで、建物の先端Aを見上げたら、水平方向に対して50°上に見えた。目の高さを1.5mとして、縮尺  $\frac{1}{500}$  の縮図をかき、建物の高さAHは約何mか求めなさい。



$\triangle ABC$  の  $\frac{1}{500}$  の縮図を  $\triangle A'B'C'$  とすると,

$$B'C' = 10000 \text{ mm} \times \frac{1}{500} = 20 \text{ mm}$$

$$BC = 10 \text{ m} = 10000 \text{ mm}$$

よって、縮図は左の図のようになる。

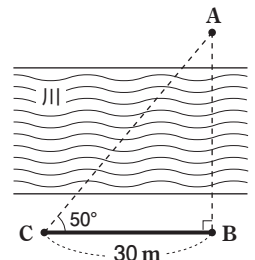
$$\begin{aligned} \Rightarrow AC &= 24 \text{ mm} \times 500 \\ &= 12000 \text{ mm} = 12 \text{ m} \end{aligned}$$

実際の長さは500倍!

$$\text{目の高さ } 1.5 \text{ m を加えて, } AH = 12 + 1.5 = 13.5 \text{ m}$$

#### トライ ③

川の向こう岸の地点Aと、こちらの岸の地点Bとの距離を求めようとして、C地点を決めて測定すると、右の図のようになった。このとき、縮尺  $\frac{1}{1000}$  の縮図をかいて、AB間の距離を求めなさい。

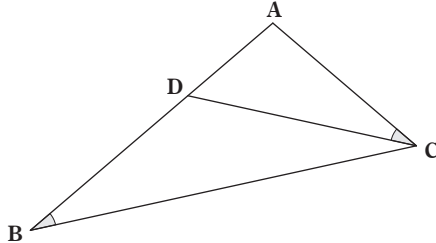


# 練習問題



たくさん解いて、解き方を工夫したり、計算に慣れよう！

- 1** 下の図のように、 $\triangle ABC$ の辺AB上に、点Dを $\angle ABC = \angle ACD$ となるようにとる。このとき、 $AB : AC = BC : CD$ であることを次のように証明した。をうめなさい。 **基本1**



【証明】

$\triangle ABC$  と  $\triangle ACD$  において

$$\angle BAC = \angle \text{ } \quad (\text{共通}) \quad \dots \textcircled{1}$$

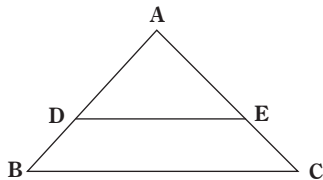
$$\text{仮定より, } \angle ABC = \angle \text{ } \quad \dots \textcircled{2}$$

①, ②より,  $\text{ } \quad$  から,

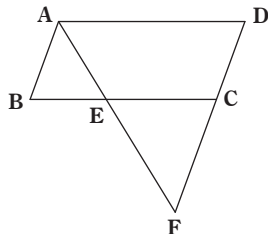
$$\triangle ABC \sim \triangle \text{ } \quad$$

よって,  $AB : AC = BC : CD$

- 2** 下の図のように、 $\triangle ABC$ の辺AB, AC上に、点D, Eを、 $DE \parallel BC$ となるようにとる。このとき、 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ であることを証明しなさい。 **基本1**

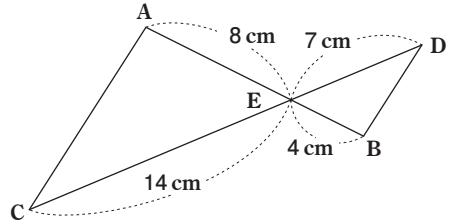


- 3** 下の図のように、 $\square ABCD$ の辺BC上に点Eをとり、AEの延長とDCの延長との交点をFとすると、次の問いに答えなさい。 **基本1**



- ①  $\triangle ABE \sim \triangle FCE$ であることを証明しなさい。
- ②  $\triangle ABE \sim \triangle FDA$ であることを証明しなさい。
- ③  $BE : EC = 3 : 7$ で、 $AB = 6 \text{ cm}$ のとき、DFの長さを求めなさい。

- 4** 下の図のように、AB, CDが点Eで交わっている。 $AE = 8 \text{ cm}$ ,  $BE = 4 \text{ cm}$ ,  $CE = 14 \text{ cm}$ ,  $DE = 7 \text{ cm}$ のとき、 $\triangle AEC \sim \triangle BED$ であることを次のように証明した。をうめなさい。 **基本2**



【証明】

$\triangle AEC$  と  $\triangle BED$  において

$$AE : BE = 8 : 4 = 2 : \text{ } \quad \textcircled{7}$$

$$EC : ED = 14 : 7 = \text{ } : \text{ } \quad \textcircled{7}$$

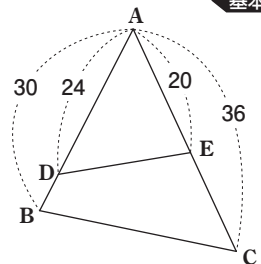
$$\text{よって, } AE : BE = EC : \text{ } \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\text{また, 対頂角だから, } \angle AEC = \angle \text{ } \quad \dots \textcircled{2}$$

①, ②より,  $\text{ } \quad$  から,

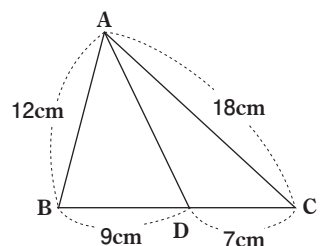
$$\triangle AEC \sim \triangle BED$$

- 5** 下の図のように、 $AB = 30$ ,  $AC = 36$ の $\triangle ABC$ の辺AB, AC上にそれぞれ $AD = 24$ ,  $AE = 20$ となる点D, Eをとった。このとき、次の問いに答えなさい。 **基本2**



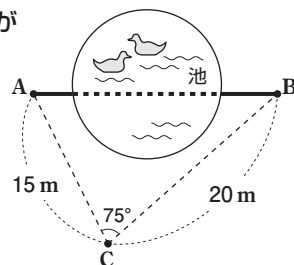
- ①  $\triangle ABC \sim \triangle AED$ であることを証明しなさい。
- ②  $BC = 33$ のとき、DEの長さを求めなさい。

- 6** 下の図のように、 $AB = 12 \text{ cm}$ ,  $AC = 18 \text{ cm}$ の $\triangle ABC$ の辺BC上に、 $BD = 9 \text{ cm}$ ,  $CD = 7 \text{ cm}$ となる点Dをとった。このとき、次の問いに答えなさい。 **基本2**

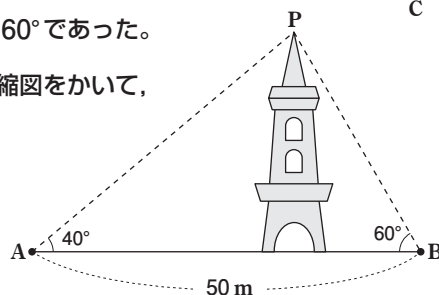


- ①  $\triangle ABD \sim \triangle CBA$ であることを証明しなさい。
- ② ADの長さを求めなさい。

- 7 右の図のように、池をはさんだ AB 間の距離を求めたい。AC 間、BC 間の距離と  $\angle ACB$  が分かっているとき、縮尺  $\frac{1}{500}$  の縮図をかいて、AB 間の距離を求めなさい。 **基本3**



- 8 右の図のような<sup>とう</sup>塔がある。塔の真西の地点 A から地面と塔の頂上との角度をはかると  $40^\circ$  であり、同じように塔の真東の地点 B からはかると  $60^\circ$  であった。また、AB 間の距離は 50 m であった。このとき、縮尺  $\frac{1}{1000}$  の縮図をかいて、この塔の高さを求めなさい。 **基本3**



## 応用問題

さあ、チャレンジしてみよう！あきらめずに最後までトライ！

- 1 右の図で、 $\triangle ABC$  と  $\triangle ADE$  は正三角形である。AC と DE の交点を F とするとき、次の問いに答えなさい。

- ①  $\triangle ABD \sim \triangle AEF$  であることを次のように証明した。

をうめなさい。

【証明】  $\triangle ABD$  と  $\triangle AEF$  において

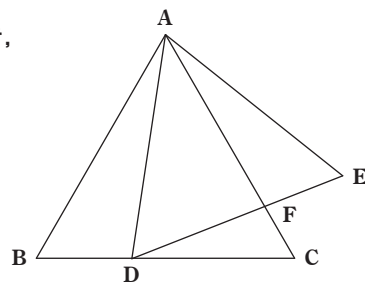
仮定より、 $\angle ABD = \angle \text{㊦} \text{  } = 60^\circ \dots \text{①}$

また、 $\angle BAD = 60^\circ - \angle \text{㊥} \text{  }, \angle EAF = 60^\circ - \angle \text{㊦} \text{  }$

よって、 $\angle BAD = \angle \text{㊥} \text{  } \dots \text{②}$

①、②より、 $\text{㊦} \text{  } \text{ から}$

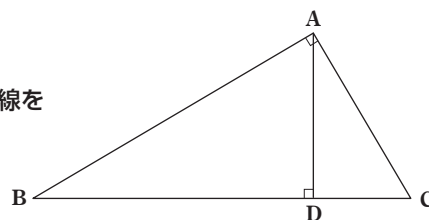
$\triangle ABD \sim \triangle AEF$



- ②  $AB = 18 \text{ cm}$ ,  $DB = 6 \text{ cm}$  のとき、次の長さを求めなさい。

- 1) CF      2) AF

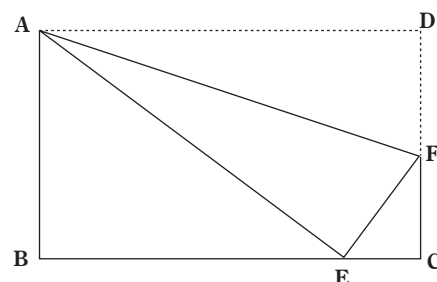
- 2 右の図のように、 $\angle A = 90^\circ$  の直角三角形の頂点 A から辺 BC にひいた垂線を AD とするとき、 $\triangle ABD \sim \triangle CAD$  であることを証明しなさい。



- 3 右の図のように、 $AB = 9 \text{ cm}$ ,  $AD = 15 \text{ cm}$  の長方形 ABCD がある。次に、頂点 D が、辺 BC 上の点 E と重なるように、AF で折った。このとき、次の問いに答えなさい。

- ①  $\triangle ABE \sim \triangle ECF$  であることを証明しなさい。

- ②  $DF = 5 \text{ cm}$  のとき、CE の長さを求めなさい。



# 3. 平行線と線分の比 ①

## ステップ 1

### 三角形と比

#### ポイント

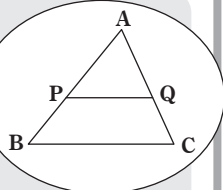
#### 三角形と比の定理

△ABC において

① PQ // BC ならば

- 1)  $AP : AB = AQ : AC = PQ : BC$
- 2)  $AP : PB = AQ : QC$

②  $AP : AB = AQ : AC$  ならば PQ // BC  
( $AP : PB = AQ : QC$ )



#### 基本学習 三角形と比の定理 ① の証明

▼ 右上の図で、PQ // BC のとき

1) PQ // BC より

$$\angle APQ = \angle ABC, \angle AQP = \angle \text{ } \quad \text{同位角}$$

2組の角がそれぞれ等しいから

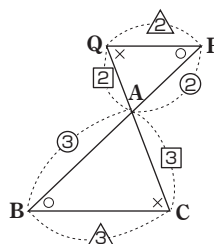
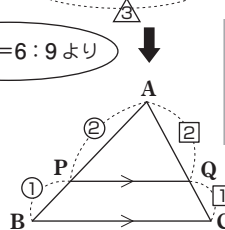
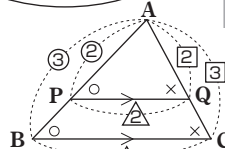
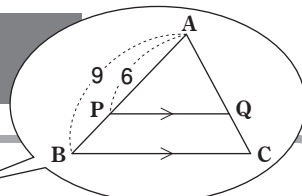
△APQ ∽ △ABC より

$$AP : AB = AQ : AC = 2 : \text{ } \quad \text{①}$$

2)  $PB = AB - AP, QC = AC - AQ$  だから

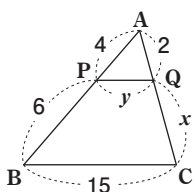
$$AP : PB = AQ : QC = 2 : \text{ } \quad \text{②}$$

1) は、2点 P, Q が辺 BA, CA の延長上にある場合にも成り立つ。



## 基本パターン ①

▼ PQ // BC のとき、x, y の値を求めなさい。



PQ // BC だから

AP : PB = AQ : QC より

$$4 : 6 = 2 : x$$

$$x = \frac{6 \times 2}{4} = \text{ } \quad \text{⑦}$$

AP : AB = PQ : BC より

$$4 : 10 = y : 15$$

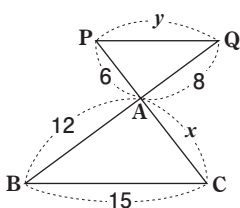
$$y = \frac{4 \times 15}{10} = \text{ } \quad \text{①}$$

$$AB = AP + PB = 4 + 6 \text{ より}$$

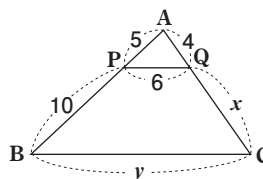
## トライ ①

PQ // BC のとき、x, y の値を求めなさい。

①



②



## ステップ 2

### 中点連結定理

#### ポイント

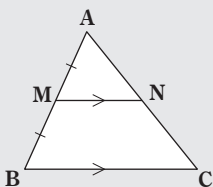
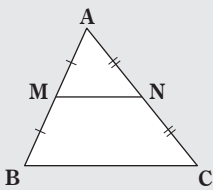
#### 中点連結定理

① △ABC の2辺 AB, AC の中点をそれぞれ M, N とすると、

$$MN \parallel BC, MN = \frac{1}{2} BC$$

② △ABC において、  
 $AM = MB, MN \parallel BC$  ならば

$$AN = NC, MN = \frac{1}{2} BC$$



#### 基本学習 中点連結定理 ① の証明

▼ 点 M, N がそれぞれ辺 AB, AC の中点であるとき

AM : MB = AN : NC = 1 : 1 だから

$$MN \parallel \text{ } \quad \text{⑦}$$

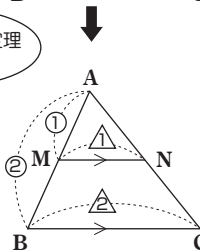
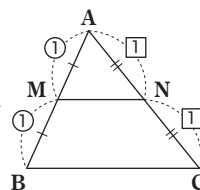
また、MN // BC より

AM : AB = MN : BC = 1 : 2 だから

$$MN = \text{ } \quad \text{①}$$

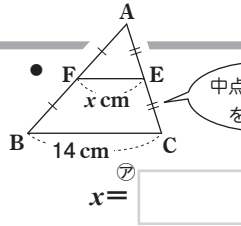
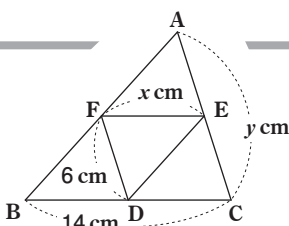
三角形と比の定理 ②より

三角形と比の定理 ①より



## 基本パターン ②

▼ 右の図の△ABC で、D, E, F は、それぞれ辺 BC, CA, AB の中点である。このとき、x, y の値を求めなさい。



中点連結定理 を使おう

$$x = \text{ } \quad \text{⑦}$$

$$y = \text{ } \quad \text{①}$$

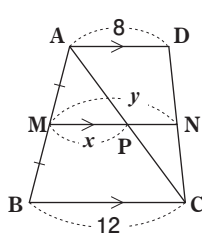
# ステップ

## 3

### 中点連結定理の利用

#### 基本パターン ③ 中点連結定理の利用 ①

▼ 下の図は  $AD \parallel BC$  の台形で、辺  $AB$  の中点  $M$  から、辺  $BC$  に平行な直線をひき、辺  $DC$  との交点を  $N$  とするとき、 $x$ ,  $y$  の値を求めなさい。



中点連結定理より

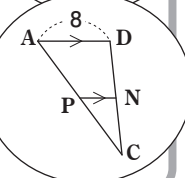
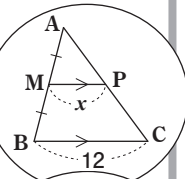
•  $\triangle ABC$  において

$$x = \frac{1}{2} \times 12 = 6$$

•  $\triangle ACD$  において

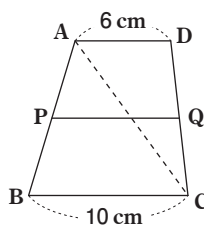
$$PN = 4$$

$$\text{よって、} y = MP + PN = 6 + 4 = 10$$



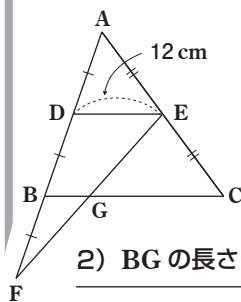
#### トライ ②

下の図は  $AD \parallel BC$  の台形で、辺  $AB$  の中点  $P$  から、辺  $BC$  に平行な直線をひき、辺  $DC$  との交点を  $Q$  とするとき、 $PQ$  の長さを求めなさい。



#### 発展パターン ① 中点連結定理の利用 ②

▼ 下の図で、 $AD = DB = BF$ ,  $AE = EC$ ,  $DE = 12$  cm であるとき、次の問いに答えなさい。



1)  $BC$  の長さは？

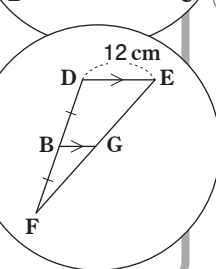
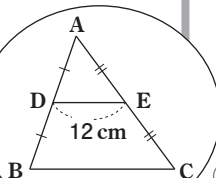
$\triangle ABC$  において  
中点連結定理より

$$BC = 2 \times DE = 24 \text{ cm}$$

2)  $BG$  の長さは？

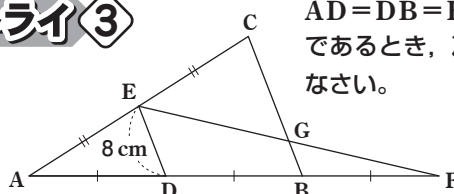
$\triangle DEF$  において、中点連結定理より

$$BG = \frac{1}{2} \times DE = 6 \text{ cm}$$



#### トライ ③

$AD = DB = BF$ ,  $AE = EC$  であるとき、次の長さを求めなさい。

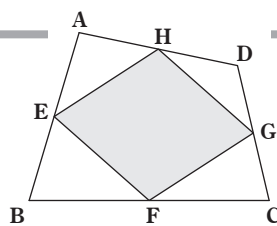


①  $BG$

②  $CG$

#### 発展パターン ② 中点連結定理の利用 ③

▼ 四角形  $ABCD$  の各辺の中点をそれぞれ  $E$ ,  $F$ ,  $G$ ,  $H$  とするとき、四角形  $EFGH$  は平行四辺形になることを証明しなさい。



【証明】 対角線  $BD$  をひくと

⑦  $\triangle ABD$  において

•  $\triangle ABD$  において

$$EH \parallel BD, EH = \frac{1}{2} BD \dots ①$$

•  $\triangle BCD$  において

$$FG \parallel BD, FG = \frac{1}{2} BD \dots ②$$

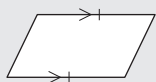
$$\text{①, ②より、} EH \parallel FG, EH = FG$$

よって、1組の対辺が平行でその長さが等しいから、四角形  $EFGH$  は平行四辺形である。

#### ポイント

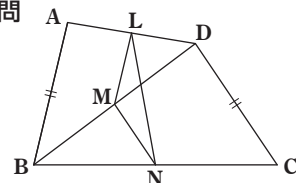
平行四辺形になるための条件

1組の対辺が平行でその長さが等しい！



#### トライ ④

$AB = CD$  である四角形  $ABCD$  がある。線分  $AD$ ,  $BD$ ,  $BC$  の中点をそれぞれ  $L$ ,  $M$ ,  $N$  とするとき、次の問いに答えなさい。



①  $\triangle LMN$  はどんな三角形か。

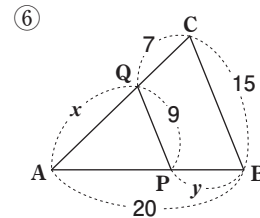
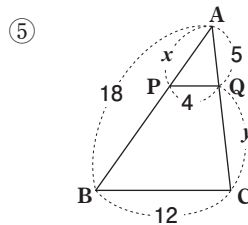
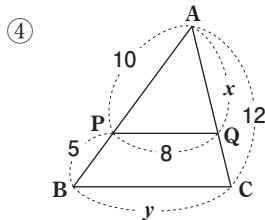
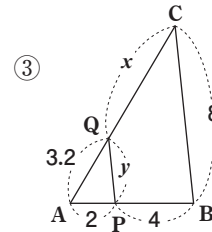
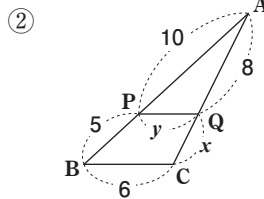
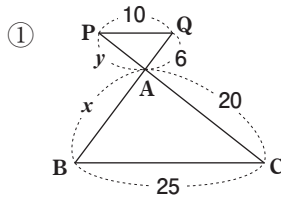
②  $\angle ABD = 45^\circ$ ,  $\angle BDC = 85^\circ$  のとき、 $\angle LMN$  の大きさを求めなさい。

# 練習問題



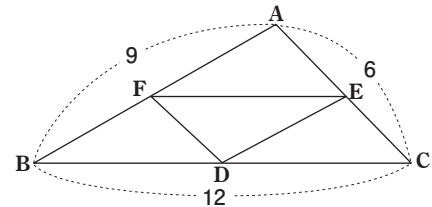
たくさん解いて、解き方を工夫したり、計算に慣れよう！

**1** 次の図で、 $PQ \parallel BC$  のとき、 $x, y$  の値を求めなさい。 **基本1**

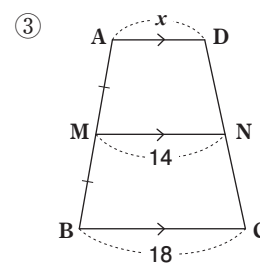
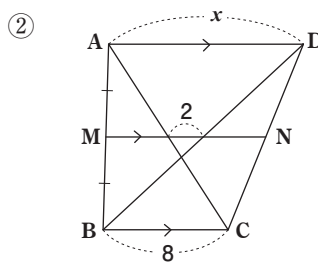
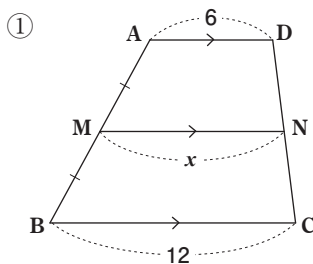


**2** 右の図の $\triangle ABC$ で、 $D, E, F$ はそれぞれ辺  $BC, CA, AB$  の中点であるとき、次の問いに答えなさい。 **基本2**

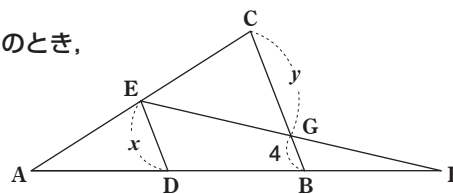
- ①  $EF$  の長さを求めなさい。
- ②  $\triangle DEF$  の周の長さを求めなさい。



**3** 次の図は  $AD \parallel BC$  の台形で、辺  $AB$  の中点  $M$  から、辺  $BC$  に平行な線をひき、辺  $DC$  との交点を  $N$  とするとき、 $x$  の値を求めなさい。 **基本3**

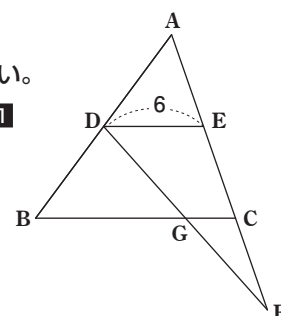


**4** 右の図で、 $AD = DB = BF$ ,  $AE = EC$ ,  $BG = 4$  のとき、 $x, y$  の値を求めなさい。 **発展1**



**5** 右の図で、 $AD = DB$ ,  $AE = EC = CF$ ,  $DE = 6$  のとき、次の問いに答えなさい。 **発展1**

- ①  $BG$  の長さを求めなさい。
- ②  $BG : GC$  を求めなさい。



- 6** 右の図の四角形 ABCD において、辺 AD, BC の中点をそれぞれ P, Q とし、対角線 AC, BD の中点をそれぞれ R, S とするとき、四角形 PSQR は平行四辺形であることを次のようにに証明した。□ をうめなさい。 ◀発展2

【証明】 中点連結定理より

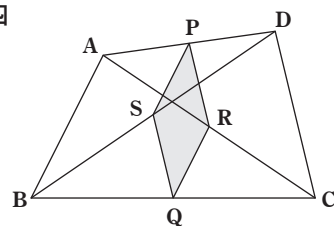
△ABD において、PS // AB, PS =  $\frac{1}{2}$  AB … ①

△ABC において、 $\frac{1}{2}$  AB // AB,  $\frac{1}{2}$  AB =  $\frac{1}{2}$  AB … ②

①, ②より、PS //  $\frac{1}{2}$  AB, PS =  $\frac{1}{2}$  AB

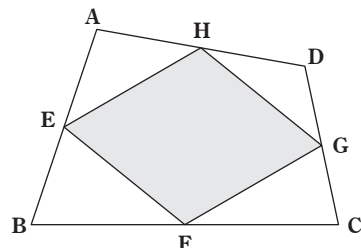
よって、 $\frac{1}{2}$  AB から

四角形 PSQR は平行四辺形である。

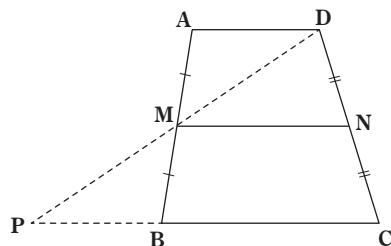


- 7** 右の図のように、四角形 ABCD の各辺の中点をそれぞれ E, F, G, H とするとき、次の問いに答えなさい。 ◀発展2

- ① 四角形 EFGH は平行四辺形であることを証明しなさい。
- ② 四角形 ABCD が長方形であるとき、四角形 EFGH はどんな四角形になるか。
- ③ 四角形 ABCD の対角線 AC, BD が  $AC \perp BD$  であるとき、四角形 EFGH はどんな四角形になるか。



- 8** 右の図は  $AD \parallel BC$  の台形で、M, N は辺 AB, DC の中点であるとき、 $MN \parallel BC$ ,  $MN = \frac{1}{2}(AD + BC)$  であることを証明しなさい。ただし、DM の延長と CB の延長との交点を P とする。

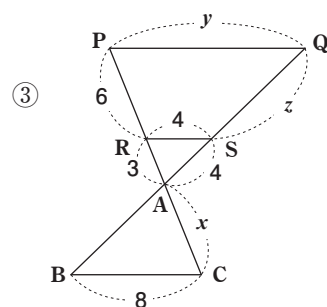
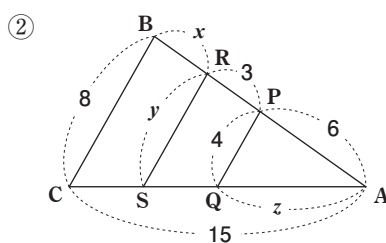
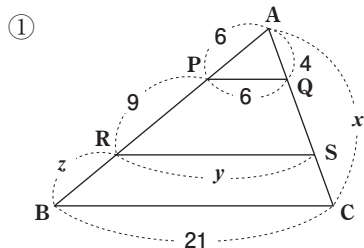


◀ステップ 3

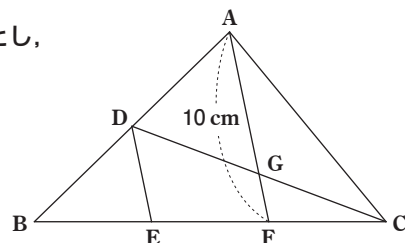
## 応用問題

さあ、チャレンジしてみよう！あきらめずに最後までトライ！

- 1** 次の図で、 $PQ \parallel RS \parallel BC$  のとき、 $x, y, z$  の値を求めなさい。



- 2** 右の図の△ABC において、辺 AB の中点を D, 辺 BC を 3 等分する点を E, F とし、 $AF = 10 \text{ cm}$  のとき、AG の長さを求めなさい。



- 3** 右の図の△ABC において、 $BD = DC$ ,  $AF = 9 \text{ cm}$ ,  $FD = FE = 6 \text{ cm}$  のとき、BF の長さを求めなさい。

